

平成 26 年 度

(工 学 部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ・数学C	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

〔1〕 1 辺の長さが 1 の正六角形 ABCDEF において、 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AF}$ と定める。このとき、次の問に答えよ。

1. $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。
2. 辺 CD 上に点 G を、辺 DE 上に点 H をとり、線分 AG と AH で正六角形の面積を 3 等分する。このとき、 $\overrightarrow{AG}$ と $\overrightarrow{AH}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。
3. $\overrightarrow{AG}$ と $\overrightarrow{AH}$ のなす角を θ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

〔2〕 座標平面の原点を O とし、点 A を第 1 象限に、点 B を x 軸の正の部分に、 $AO = AB = 1$ となるようにとる。このとき、次の問に答えよ。

1. 二等辺三角形 AOB の底角を θ とするとき、頂点 A, B の座標を θ を用いて表せ。
2. 3 点 O, A, B を通る放物線を $C: y = f(x)$ とする。このとき、 $f(x)$ を求めよ。
3. 放物線 C と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。
4. 面積 S の最大値と、そのときの θ の値を求めよ。

〔3〕 自然数 n に対して、座標平面上の点 P_n を次のように帰納的に定める。点 P_1 の座標を $(1, 1)$ とし、原点 O を中心として線分 OP_n を反時計回りに 90° 回転させてできる線分を OQ_n とし、線分 OQ_n の中点を P_{n+1} とする。このとき、次の問に答えよ。

1. 点 P_2, P_3, P_4, P_5 の座標を求めよ。
2. k を自然数とすると、点 P_{4k+1} の座標を k を用いて表せ。
3. 点 X_n を $\overrightarrow{OX_n} = \overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_2} + \cdots + \overrightarrow{OP_n}$ となるように定める。このとき、点 X_2, X_3, X_4, X_5 の座標を求めよ。また、線分 $OX_1, X_1X_2, X_2X_3, X_3X_4, X_4X_5$ を座標平面上に図示せよ。
4. k を自然数とすると、点 X_{4k} の座標を k を用いて表せ。

〔4〕 関数 $f(x) = xe^{2-x}$ について、次の問に答えよ。

1. 曲線 $C: y = f(x)$ の概形をかけ。
2. 曲線 C の接線のうち傾きが最小のものを ℓ とするとき、 ℓ の方程式を求めよ。
3. 曲線 C と直線 ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

平成 27 年 度

(工 学 部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

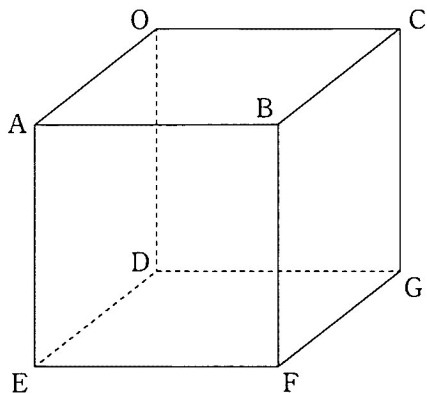
1. 問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は必答すること。
 - ・問題〔4 A〕と〔4 B〕については、このうちから 1 題を選択し、解答用紙の問題番号を○で囲み、解答すること。
 - ・問題〔4 B〕は旧課程の範囲からの出題である。新課程、旧課程どちらの履修者も問題〔4 A〕,〔4 B〕のいずれを選択してもよい。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

〔1〕 図のような一辺の長さが1の立方体 OABC-DEFG において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ とする。M を辺 OC の中点、R, S をそれぞれ辺 AE, 辺 GF 上の点とする。AR = r, GS = s, $\angle RMS = \theta$ とおくと、次の問に答えよ。

1. $\overrightarrow{MR}$, $\overrightarrow{MS}$ を、それぞれ r , s , $\vec{a}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ を用いて表せ。
2. $\cos \theta$ を r , s を用いて表せ。
3. $\triangle MRS$ が $\angle RMS = 90^\circ$ の直角二等辺三角形のとき、 r と s の値を求めよ。
4. $\angle MRS$ はつねに鋭角であることを示せ。



〔2〕 図1のように、 $AB = AC = 5$, $BC = 6$ の二等辺三角形 ABC 内に、半径が等しい2つの円 O_1 , O_2 が次の2つの条件を満たすように置かれているとする。

- ・ 円 O_1 と円 O_2 は外接する。
 - ・ 円 O_1 は辺 AB と辺 BC に接し、円 O_2 は辺 AC と辺 BC に接する。
- このとき、次の問に答えよ。

1. 辺 BC の中点を M としたとき、線分 AM の長さを求めよ。
2. 円 O_1 の半径 R を求めよ。
3. さらに円 O_3 が図2のように円 O_1 と円 O_2 に外接し、辺 AB と辺 AC に接しているとき、円 O_3 の半径 r を求めよ。

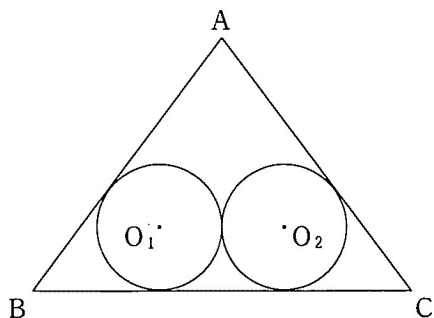


図1

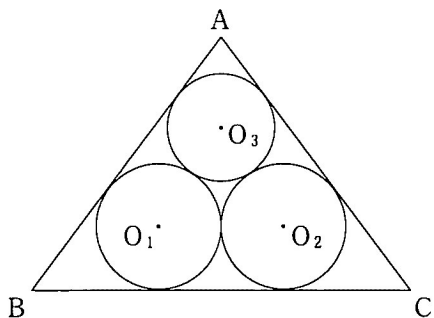


図2

〔3〕 放物線 $y = ax^2$ ($a > 0$) を y 軸のまわりに 1 回転させてできる容器 A と、容積 V のコップ B がある。このとき、次の問に答えよ。

1. 空の容器 A にコップ B 1 杯分の水を注いだら、水深が 1 となった。このとき、 a を V を用いて表せ。ただし、回転軸は水面と垂直であるとする。
2. あとコップ B 何杯分の水を容器 A に注いだら、水深が 2 となるか。

〔4 A〕 複素数平面上に原点 $O(0)$ と点 $A(1 + \sqrt{3}i)$ がある。ただし、 i を虚数単位とする。このとき、次の問に答えよ。

1. 複素数 $1 + \sqrt{3}i$ を極形式で表せ。ただし、偏角 θ は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。
2. 点 A を原点のまわりに $-\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数を求めよ。
3. 虚軸上の点 $B(z)$ が $OB = AB$ を満たすとき、複素数 z を求めよ。
4. 3. で求めた $B(z)$ に対して、3 点 O, A, B を通る円の中心を表す複素数を求めよ。

〔4 B〕 行列 A, E を $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とし、 a, b を $a^2 + b^2 \neq 0$ を満たす実数とする。このとき、次の問に答えよ。

1. A^2 を求めよ。
2. $X = aA + bE$ の逆行列 X^{-1} を求めよ。
3. $B^2 = -E$ を満たす任意の 2 次の正方行列 B について、
 $(aB + bE)(-aB + bE) = sB + tE$ となる実数 s, t を a, b を用いて表せ。
4. 3. の B に対して $Y = aB + bE$ とおくとき、 $pB + qE$ が Y の逆行列 Y^{-1} と等しくなるような実数 p, q を a, b を用いて表せ。