

平成 28 年 度

(工 学 部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

〔1〕 2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 1, b_1 = 2,$$

$$a_{n+1} = 2a_n + b_n, \quad 2b_{n+1} = a_n + 3b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問に答えよ。

1. $c_n = a_n + b_n$ とおくとき、 c_{n+1} と c_n の関係式を求めよ。
2. c_n を n を用いて表せ。
3. a_n, b_n をそれぞれ n を用いて表せ。

〔2〕 座標平面上の放物線 $y = -x^2 + 2$ を C_1 とし、 $0 < t < \sqrt{2}$ に対して、 C_1 上の点 $P(t, -t^2 + 2)$ をとる。点 P を通り x 軸に平行な直線を ℓ とする。また、点 P を通り、 y 軸を軸とし原点を頂点とする放物線を C_2 とする。このとき、次の問に答えよ。

1. 放物線 C_2 の方程式を求めよ。
2. 放物線 C_2 と直線 ℓ で囲まれた部分の面積 $S_2(t)$ を t を用いて表せ。
3. 関数 $S_2(t)$ の $0 < t < \sqrt{2}$ における最大値とそのときの t を求めよ。
4. 放物線 C_1 と直線 ℓ で囲まれた部分の面積を $S_1(t)$ とするとき、 $S_1(t) = S_2(t)$ となる t を求めよ。

[3] 3つの関数 $f(x) = \log_3(18 - x)$, $g(x) = \log_3(4x^2)$, $h(x) = \log_9(4x^4)$ について、次の問に答えよ。

1. 関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
2. $0 < x < 2$ のとき, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ の大小を比較せよ。
3. 関数 $y = f(x) - \frac{1}{2}g(x) + h(x)$ の $0 < x < 18$ における最大値とそのときの x を求めよ。

[4] 座標平面上の曲線 $C: y = e^x$ に対し、次の問に答えよ。

1. 原点から曲線 C に引いた接線 ℓ の方程式を求めよ。
2. 曲線 C と接線 ℓ , および y 軸で囲まれた図形 D を図示せよ。
3. D を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めよ。
4. 部分積分法を用いて、不定積分 $I = \int \log y \, dy$, $J = \int (\log y)^2 \, dy$ を求めよ。
5. D を y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めよ。