

平成 30 年 度

(教育学部・医学部臨床心理学科・農学部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕,〔5〕は、このうちから 1 題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答、選択した問題の番号、志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

〔1〕 連立不等式 $\begin{cases} y \geq |2x + 1| \\ 2x - 3y + 9 \geq 0 \end{cases}$ の表す領域を D とするとき、次の問に答えよ。

- (1) 領域 D を図示せよ。
- (2) 点 (x, y) が領域 D 内を動くとき、 $x^2 - 4x + y^2$ の最大値 M と最小値 m を求めよ。また、 M, m を与える D 内の点の座標を求めよ。

〔2〕 さいころを使って、点数 x_i を次のように順番に決めていくゲームを考える。

1 回目にさいころを投げて、出た目を 1 回目の点数 x_1 とする。 $x_1 = 1$ ならばそこでゲームを終了する。 $x_1 \geq 2$ ならばゲームを続行し、さらにさいころを投げて 2 回目の点数 x_2 を下記の規則 a), b) にしたがって決める。 $x_2 = 1$ ならばそこでゲームを終了する。

一般に、 $x_i \geq 2$ ならばゲームを続行し、さらにさいころを投げて $(i+1)$ 回目の点数 x_{i+1} を下記の規則 a), b) にしたがって決める。 $x_{i+1} = 1$ ならばそこでゲームを終了する。

a) x_i が奇数のとき、

$$(i+1) \text{ 回目に投げたさいころの目が } \begin{cases} \text{奇数ならば } x_{i+1} = 3x_i + 1 \\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = x_i \end{cases}$$

b) x_i が偶数のとき、

$$(i+1) \text{ 回目に投げたさいころの目が } \begin{cases} \text{奇数ならば } x_{i+1} = x_i \\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = \frac{x_i}{2} \end{cases}$$

このとき、次の問に答えよ。

- (1) 1 回目の点数 x_1 の期待値を求めよ。
- (2) さいころを投げた回数が 2 回以下でゲームが終了する確率を求めよ。
- (3) さいころを投げた回数が 3 回以下でゲームが終了する確率を求めよ。
- (4) さいころを投げた回数が 6 回以下でゲームが終了する確率を求めよ。

〔3〕 数列 $\{a_n\}$ は、

$$a_1 = 2, (n+1)a_{n+1} - 3(n+2)a_n = 2n^2 + 6n + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められているとする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $b_n = \frac{a_n}{n+1}$ とおくとき、 b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。
- (2) b_n を n を用いて表せ。
- (3) a_n を n を用いて表せ。

〔4〕 座標平面上の曲線 $C: y = x^2$ と C 上の点 $P(a, a^2)$ について、次の問に答えよ。ただし、 $a > 0$ とする。

- (1) 点 P における C の接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) (1) で求めた直線 ℓ が曲線 $C': y = (x+b)^2 - b^2$ に接しているとする。その接点を Q としたとき、 b および点 Q の座標を a を用いて表せ。ただし、 $b \neq 0$ とする。
- (3) (2) のとき、曲線 C 、 C' および直線 ℓ で囲まれた図形の面積を a を用いて表せ。

〔5〕 連立不等式 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2 \\ y \geq x^2 \end{cases}$ の表す領域を D とするとき、次の問に答えよ。

- (1) 曲線 $x^2 + y^2 = 2$ と曲線 $y = x^2$ の交点をすべて求めよ。
- (2) この2曲線の概形をかき、 D を図示せよ。
- (3) D の面積を求めよ。
- (4) D を y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

1. The first part of the paper is devoted to the study of the properties of the function $f(x)$ defined by the equation $f(x) = \int_0^x f(t) dt$. It is shown that $f(x)$ is a constant function, and its value is determined by the initial condition $f(0)$.

2. In the second part, we consider the problem of finding the maximum value of the function $f(x)$ on the interval $[0, 1]$. It is shown that the maximum value is attained at $x = 0$ and is equal to $f(0)$.

3. The third part of the paper is devoted to the study of the properties of the function $f(x)$ defined by the equation $f(x) = \int_0^x f(t) dt$. It is shown that $f(x)$ is a constant function, and its value is determined by the initial condition $f(0)$.