

平成 11 年度入学者選抜学力検査問題

数 学

理	学	部
医	学	部
医	学	科
薬	学	部
工	学	部

(注 意)

- 1 問題紙は指示のあるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文 2 ページであり、答案用紙は 4 枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定のところに記入すること。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

- 1 三角形 ABC において $\angle ABC = 45^\circ$ であり, また辺 BC 上にある点 D は $BD = 1$, $CD = \sqrt{3} - 1$, $\angle ADB = \angle ACB + 15^\circ$, $\angle ADB \geq 90^\circ$ を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1) $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ を示せ。

(2) $\angle ACB$ の大きさを求めよ。

- 2 次の問いに答えよ。

(1) 絶対値が 1 の複素数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ が $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 3$ を満たすとき, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ を求めよ。

(2) β_1, β_2, γ を絶対値が 1 の複素数とし,

$$P(z) = \beta_2 z^2 + \beta_1 z + (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

が $\frac{1}{\gamma} P(\gamma) = 3$ を満たすとする。ただし, i は虚数単位である。このとき, β_1, β_2, γ を求め, さらに実数 t が $0 \leq t \leq 1$ を動くとき, 複素数平面上で点 $P(\gamma t)$ がえがく軌跡を図示せよ。

- 3 n を自然数とする。 a は $a > 1$ を満たす実数とし、

$$f(a) = \frac{1}{2} \int_0^1 |ax^n - 1| dx + \frac{1}{2}$$

とする。次の問いに答えよ。

- (1) $f(a)$ を求めよ。
- (2) 関数 $f(a)$ の $a > 1$ における最小値を b_n とする。 b_n を求めよ。
- (3) (2) で求めた b_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) に対して、 $m + 1$ 個の数の積 $b_m \cdot b_{m+1} \cdot \dots \cdot b_{2m}$ を c_m ($m = 1, 2, 3, \dots$) とおく。このとき、 $\lim_{m \rightarrow \infty} c_m$ を求めよ。

- 4 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) A の n 個の積 A^n を求めよ。ただし、 n は自然数とする。
- (2) $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0$ とする。行列 $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が $A^2 B = BA, B^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ を満たすとき、 B を求めよ。
- (3) (2) で求めた B に対して、 $BA^2BA^{25}BA^{1999}$ を求めよ。