

平成 16 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

教	育	学	部
法		学	部
経	済	学	部

(注 意)

- 1 問題紙は指示のあるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文 2 ページであり，答案用紙は 3 枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙のおもての指定欄に記入し，**網かけ**の部分には記入しないこと。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 座標平面上で動点 P が、 x 軸の正の方向へ 1 進むことを文字 a で表し、 y 軸の正の方向へ 1 進むことを文字 b で表し、停留することを文字 c で表す。 a, b, c からなる文字列が与えられたとき、点 P は原点を出発し、その文字列に従って移動する。たとえば、長さ 4 の文字列 $acab$ に対しては、点 P は原点 $(0, 0)$ から出発して、 $(1, 0), (1, 0), (2, 0), (2, 1)$ と移動し、点 $(2, 1)$ が到達点となる。

- (1) n を自然数とする。長さ n の文字列のなかで、点 P の到達点の x 座標と y 座標の和が n となる文字列は何個あるか。また、その理由を説明せよ。
- (2) k, n を自然数とし、 $1 \leq k \leq n$ とする。長さ n の文字列のなかで、点 P の到達点の x 座標と y 座標の和が k となる文字列の個数を $F_n(k)$ とする。 $F_n(k)$ を k と n を用いて表せ。
- (3) 自然数 n が与えられたとき、 $F_n(k)$ が最大になる自然数 k の値を求めよ。

2. 座標平面上の曲線 $C: y = |x^2 - 1|$ と傾き a の直線 $l: y = a(x + 1)$ が異なる 3 点で交わっているとする。

- (1) a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) C と l で囲まれた 2 つの図形の面積の和 S を a を用いて表せ。
- (3) S が最小になる a の値を求めよ。

3. 複素数 z に対し、 $w = iz^2$ とおく。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) $z = a(\cos \theta + i \sin \theta)$ (a は正の実数)において、 θ が $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の範囲を動くとき、 w がえがく図形を複素数平面上に図示せよ。
- (2) $z = x + iy$ (x, y は実数)が直線 $x = 1$ 上を動くとき、 w がえがく図形を複素数平面上に図示せよ。
- (3) $z = x + iy$ (x, y は実数)において、 x, y が $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x^2 + y^2 \geq 1$ をみたしながら動くとき、 w が動く範囲を複素数平面上に図示せよ。