

$$\begin{aligned}
 (1) \quad |\overline{PQ}|^2 &= (\cos \theta - \sqrt{3})^2 + (1 - \sin \theta)^2 \\
 &= \cos^2 \theta - 2\sqrt{3} \cos \theta + 3 + \sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 1 \\
 &= 5 - 2(\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta) \\
 &= \underline{\underline{5 - 4 \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right)}} \quad \dots \text{ (答)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \sin \frac{7}{12} \pi &= \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \right) \\
 &= \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\
 &= \underline{\underline{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}}} \quad \dots \text{ (答)}
 \end{aligned}$$

$$(3) \quad \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \pi \quad \text{つまり} \quad \frac{7}{12} \pi \leq \theta + \frac{\pi}{3} \leq \frac{4}{3} \pi \quad \text{なので,}$$

$$|\overline{PQ}|^2 = 5 - 4 \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \text{ は,}$$

$$\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{4}{3} \pi \quad \text{つまり} \quad \underline{\underline{\theta = \pi \text{ のとき 最大値をとり,}}}$$

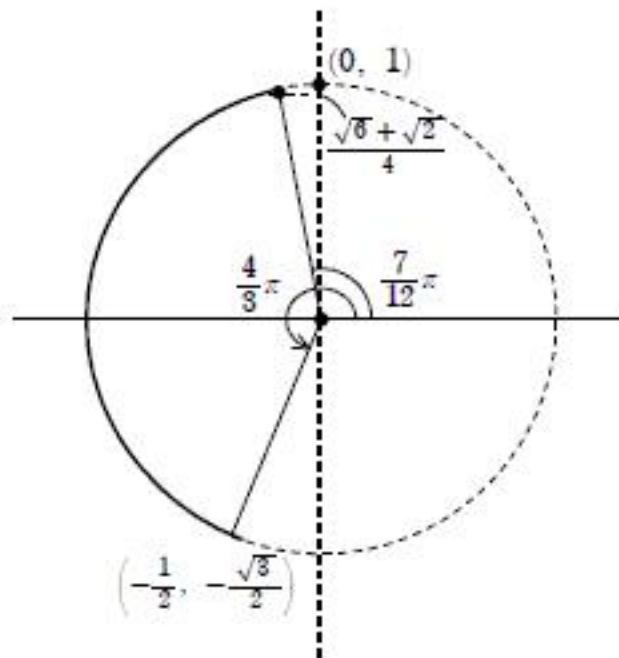
$$\begin{aligned}
 \text{最大値} &= 5 - 4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\
 &= \underline{\underline{5 + 2\sqrt{3}}} \quad \dots \text{ (答)}
 \end{aligned}$$

である。また,

$$\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{7}{12} \pi \quad \text{つまり} \quad \underline{\underline{\theta = \frac{\pi}{4} \text{ のとき 最小値をとり,}}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{最小値} &= 5 - 4 \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \\
 &= \underline{\underline{5 - \sqrt{6} - \sqrt{2}}} \quad \dots \text{ (答)}
 \end{aligned}$$

である。



- (1) Pの到達点が(10, 0)となるのは,

表が5回出るときなので,

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} \quad \dots (\text{答})$$

Pの到達点が(6, 2)となるのは,

表が3回, 裏が2回出るときなので,

$${}_5C_3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{16} \quad \dots (\text{答})$$

- (2) (10, 0), (6, 2)を通る直線
- l
- の方程式は,

$$y - 0 = \frac{0 - 2}{10 - 6}(x - 10)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 5 \quad \dots (\text{答})$$

裏が5回出たときPの到達点は(0, 5)で,

この直線 l の y 切片.

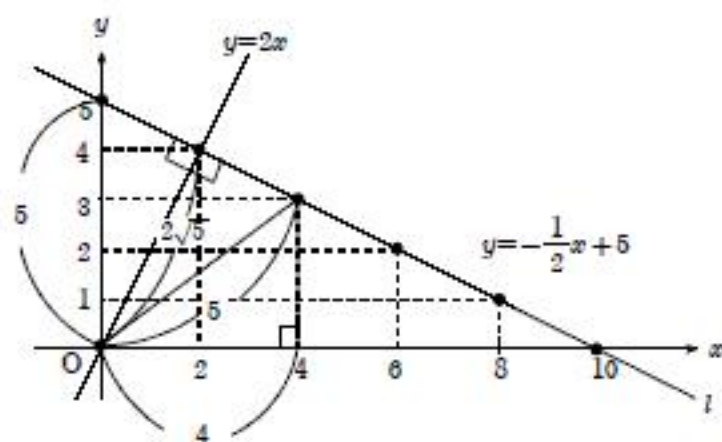
表が1回増えるごとに裏は1回減るので,

Pは x 軸方向に+2, y 軸方向に-1だけ進む.すなわち, 傾き $-\frac{1}{2}$ で進む.以上より, Pの到達点はすべて直線 l 上にある.

- (3)
- $l: x + 2y - 10 = 0$
- と原点(0, 0)との距離は,

$$\frac{|0 + 0 - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \quad \dots (\text{答})$$

- (4)

 $2\sqrt{5} < d \leq 5$ となるのは,

Pの到達点が(0, 5)のときと, (4, 3)のとき.

(0, 5)となるのは裏が5回出るときなので,

確率は,

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

(4, 3)となるのは表が2回, 裏が3回出るときなので,

確率は,

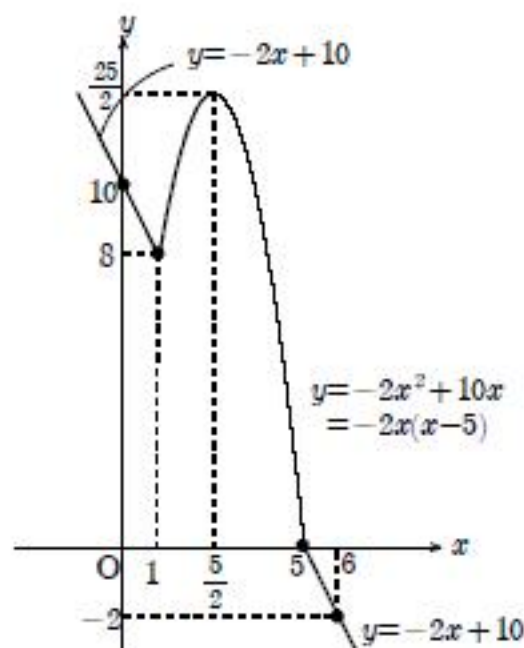
$${}_5C_2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{10}{32}$$

ゆえに, 求める確率は,

$$\frac{1 + 10}{32} = \frac{11}{32} \quad \dots (\text{答})$$

$$\begin{aligned}
 (1) \quad f(x) &= |(x-1)(x-5)| - x^2 + 4x + 5 \\
 &= \begin{cases} (x^2 - 6x + 5) - x^2 + 4x + 5 & (x \leq 1.5 \leq x \text{ のとき}) \\ -(x^2 - 6x + 5) - x^2 + 4x + 5 & (1 \leq x \leq 5 \text{ のとき}) \end{cases} \\
 &= \begin{cases} -2x + 10 & (x \leq 1.5 \leq x \text{ のとき}) \\ -2x^2 + 10x & (1 \leq x \leq 5 \text{ のとき}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

よって、 $y = f(x)$ のグラフは下のとおり。



(2) (1)のグラフより、

$$\begin{aligned}
 a &= \underline{\underline{\frac{5}{2}}}, \quad f(a) = \underline{\underline{\frac{25}{2}}} \\
 b &= \underline{\underline{6}}, \quad f(b) = \underline{\underline{-2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \int_a^b f(x) dx &= \int_{\frac{5}{2}}^5 (-2x^2 + 10x) dx + \int_5^6 (-2x + 10) dx \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^5 \{-2x(x-5)\} dx + \int_5^6 (-2x + 10) dx \\
 &= \frac{1}{6} (5-0)^3 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-2) = \underline{\underline{\frac{119}{6}}} \quad \dots \text{ (答)}
 \end{aligned}$$