

# 平成 30 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

## 数 学

|             |
|-------------|
| 理 工 学 域     |
| 数 物 科 学 類   |
| 物 質 化 学 類   |
| 地球社会基盤学類    |
| 生 命 理 工 学 類 |
| 理 工 3 学 類   |
| 医 薬 保 健 学 域 |
| 医 学 類       |
| 薬学類・創薬科学類   |
| 保 健 学 類     |

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文 2 ページであり，答案用紙は 4 枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し，網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

- 1 1 個のサイコロを 4 回続けて投げて出た目の数を順に  $a, b, c, d$  とおき、2 直線  $\ell_1, \ell_2$  を

$$\ell_1 : y = ax + b, \quad \ell_2 : y = cx + d$$

と定める。次の問いに答えよ。

- (1)  $\ell_1$  と  $\ell_2$  が一致する確率を求めよ。
- (2)  $\ell_1$  と  $\ell_2$  が 1 点で交わる確率を求めよ。
- (3)  $\ell_1$  と  $\ell_2$  が 1 点で交わり、その交点の  $x$  座標,  $y$  座標がともに整数となる確率を求めよ。

- 2  $a, k$  を定数とし、曲線  $C_1 : y = e^x$  および曲線  $C_2 : y = k\sqrt{x-a}$  を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 2 つの曲線  $C_1, C_2$  が共有点をもつための,  $a, k$  が満たすべき条件を求めよ。

以下、2 つの曲線  $C_1, C_2$  が共有点  $P(t, e^t)$  において同一の直線  $\ell$  に接しているとする。

- (2)  $a$  と  $k$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3) 直線  $\ell$  が原点を通るとする。このとき、曲線  $C_1$ , 曲線  $C_2$ ,  $x$  軸,  $y$  軸で囲まれる図形を  $y$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

- 3  $a, b, c$  を正の数とする。楕円  $C : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  が、4 点  $(c, 0), (0, c), (-c, 0), (0, -c)$  を頂点とする正方形の各辺に接しているとする。4 つの接点を頂点とする四角形の面積を  $S$ 、楕円  $C$  で囲まれる図形の面積を  $T$  とする。このとき、不等式

$$\frac{S}{T} \leq \frac{2}{\pi}$$

が成り立つことを証明せよ。また、等号が成り立つのはどのようなときか答えよ。

- 4 座標空間において、原点  $(0, 0, 0)$  と点  $(1, 1, -3)$  を通る直線を  $\ell$ 、2 つの点  $(-6, 6, 0), (1, 2, 1)$  を通る直線を  $m$  とする。直線  $\ell$  上の点  $P$  と直線  $m$  上の点  $Q$  を、直線  $PQ$  が直線  $\ell, m$  のいずれにも直交するようにとる。次の問いに答えよ。

- (1)  $|\overrightarrow{PQ}|$  を求めよ。
- (2)  $A$  を直線  $\ell$  上の点、 $B$  を直線  $m$  上の点とする。ただし、 $A \neq P$  とする。このとき、 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$  であることを示せ。
- (3) 直線  $\ell$  上の 2 点  $A, C$  をそれらの中点が  $P$  となるようにとる。同様に、直線  $m$  上の 2 点  $B, D$  をそれらの中点が  $Q$  となるようにとる。 $|\overrightarrow{PA}| = a, |\overrightarrow{QB}| = b$  のとき、三角形  $BDP$  の面積と四面体  $ABCD$  の体積を求めよ。