

2019 年度一般入学試験(前期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は4ページあり、問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。
指定欄以外への記入はすべて無効である。なお、指定欄には答えだけでなく導出過程も簡潔に記述すること。計算や下書きは問題用紙の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) 解答用紙の所定欄に次のとおり受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。
 - ・ 一般入試のみを志願する受験者は一般の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 併用入試のみを志願する受験者は併用の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 一般入試と併用入試の両方を志願する受験者は一般と併用の両方の欄にそれぞれの受験番号を記入する。なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、数学の試験が無効となる。
また、*印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙は持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には、解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

I 53 で割ると 5 余り 61 で割ると 6 余る最小の自然数を求めよ。

$$\text{II} \quad \vec{a} = (2 \cos \theta - \sin \theta, \cos \theta + 2 \sin \theta),$$

$$\vec{b} = (-\cos \theta + 2 \sin \theta, 2 \cos \theta + \sin \theta) \text{ とおく。}$$

ただし, $0 < \theta < \pi$ とする。以下の問に答えよ。

- (1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が垂直であるとき θ を求めよ。
- (2) $2\vec{a} + \vec{b}$ の大きさを θ を用いて表せ。またその値の範囲を求めよ。
- (3) $\theta = \frac{5}{12}\pi$ であるとき, $2\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{a} - k\vec{b}$ が垂直となる k の値を求めよ。

Ⅲ xy 平面上の $x > 0$ の領域に、2 次関数 $f(x) = x^2 + bx + 2$ (ただし $b \geq 0$) を用いて $y = f(x)$ で表される放物線がある。この放物線上の点 A_n における $y = f(x)$ の法線と y 軸との交点の y 座標が、放物線上の点 A_{n+1} の y 座標と一致するように、 A_1 から順に $A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ を定める。 A_n の y 座標を a_n とすると、数列 $\{a_n\}$ が初項 a 、公差 d の等差数列となるときの、以下の問に答えよ。

(1) b の値を求めよ。

(2) d の値を求めよ。

(3) a の値が満たすべき条件を不等式を用いて表せ。

IV 実数 t を媒介変数として $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = t \frac{1-t^2}{1+t^2}$ と表される曲線 C がある。

以下の問に答えよ。

- (1) $x = 0$ となる t の値と, $y = 0$ となる t の値を求めよ。
- (2) t を変化させたときの x の値域を求めよ。
- (3) t を変化させたときに y が極値をとるときの x の値を求めよ。
- (4) xy 平面上における曲線 C の概形を図示し, 曲線 C によって囲まれる部分の面積を求めよ。なお, C の凹凸は調べなくてよい。

