

2020 年度入学試験問題(前期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は4ページあり、問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。
指定欄以外への記入はすべて無効である。なお、指示があれば指定欄には解答を求める過程も記述すること。計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) 解答用紙の所定欄に次のとおり受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。
 - ・ 一般入試のみを志願する受験者は一般の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 併用入試のみを志願する受験者は併用の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 一般入試と併用入試の両方を志願する受験者は一般と併用の両方の欄にそれぞれの受験番号を記入する。なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、数学の試験が無効となる。
また、※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙を持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には、解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

I (1)~(3)の の中に、あてはまる数、角度、整式、不等式、記号、語句などを記入せよ。

(1) $x = \frac{34}{\sqrt{59} - 5}$, $y = \frac{-34}{\sqrt{59} + 5}$ のとき、次の式の値を求めよ。

$$x - y = \text{ア},$$

$$x^2 + y^2 = \text{イ},$$

$$x^3 + y^3 = \text{ウ},$$

$$x^3y + 5x^2y^2 + xy^3 = \text{エ}$$

(2) x の方程式 $\log_4(2x^2) - \log_x 4 + \frac{1}{2} = 0$ を満たす x の値をすべて求めると である。

(3) x を実数、 a を整数として、集合 A , B , C をそれぞれ次のように定める。

$$A = \{x \mid (x+3)(x-2) \geq 0\}, B = \{x \mid \left|x - \frac{7}{2}\right| \geq 4\}, C = \{x \mid |x| \leq a\}$$

このとき、 $\overline{A \cup B}$ を満たす x の範囲は である。また、 $\overline{B}$ が C の部分集合となるための a の最小の値は である。

Ⅱ xy 平面上に、円 $C: x^2 + y^2 = 2$ と放物線 $D: y = k(1 - x^2)$ がある。ただし k は正の定数とする。以下の設問に答えよ。

(1) C と D が異なる 4 つの交点をもつための k の条件を ク に示せ。

以降の設問は k が(1)の条件を満たすものとして解答せよ。

(2) 4 つの交点を、 x 座標の小さい方から順に点 P, Q, R, S とし、直線 PQ と直線 RS の交点を T とする。円 C 、放物線 D と点 P, Q, R, S, T を ケ に図示せよ。

(3) 点 P と点 Q の y 座標の値をそれぞれ y_1, y_2 とすると、 $y_1 + y_2 =$ コ ,
 $y_1 y_2 =$ サ である。

(4) 点 T の y 座標の値を t とするとき、 $PT \cdot QT$ の値を t のみを用いて表すと、
 $PT \cdot QT =$ シ である。

(5) t を k を用いて表し、 $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{t}{k}$ を求めよ。(解答を求める過程も記述すること。)

Ⅲ 「レ」と書かれたカードが1枚, 「ヘ」と書かれたカードが1枚, 「イ」と書かれたカードが2枚, 「ワ」と書かれたカードが2枚, 合計6枚のカードがある。この6枚のカードすべてを横一列に無作為に並べるとき, 以下の確率を求めよ。なお以下の設問で, 「並ぶ部分がある」とは指定された方向に指定のカードがその順に続けて並ぶ部分がある場合を意味し, 「並ぶ部分がない」とはそれ以外の場合を意味する。

- (1) 左から「レイワ」と並ぶ部分がある確率。
- (2) 右から「ヘイワ」と並ぶ部分がない確率。
- (3) 左から「レイワ」と並ぶ部分があり, 右から「ヘイワ」と並ぶ部分がある確率。
- (4) 左から「レイワ」と並ぶ部分があるが, 右から「ヘイワ」と並ぶ部分がない確率。
- (5) 左から「レイワ」と並ぶ部分がなく, 右から「ヘイワ」と並ぶ部分がない確率。
- (6) 左から「レイワ」と並ぶ部分があるときに, 右から「ヘイワ」と並ぶ部分がある条件付き確率。

IV a は 0 でない実数, β は 0 でない複素数とする。 i は虚数単位を表す。以下の設問に答えよ。なお, 解答を求める過程も記述すること。

(1) z を虚数とすると, 複素数平面上で等式 $|z - 3| = |2z - 3|$ を満たす点 z の全体が表す図形を C とする。 C を求め, 図示せよ。

(2) 点 z が C 上を動くとき, $w = a + \frac{\beta}{z - a}$ と表される複素数 w が, 等式 $|w - 2| = |w - 2i|$ を満たす。 a と β の値を求め, 点 w が複素数平面上に描く図形を図示せよ。

