

1997 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 点 O を中心とする半径 1 の円の周上に 5 点 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 がこの順にあり、 $\angle P_1OP_2 = \angle P_4OP_5 = 30^\circ$, $\angle P_2OP_3 = \angle P_3OP_4 = 75^\circ$ となっている。

(1) P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 から 2 点を取り、中心 O とで三角形をつくる。三角形は全部で何個できるか。

(2) (1) でつくった三角形の面積の総和を求めよ。

〔Ⅱ〕 $a > 0$ とする、 x の 2 次方程式

$$ax^2 - (a^2 - 2a + 3)x - 2a^2 - 6 = 0 \cdots \cdots \textcircled{A}$$

を考えると、

(1) 方程式 $\textcircled{A}$ の解で a の値によらず一定であるものを求めよ。

(2) 方程式 $\textcircled{A}$ の解で (1) で求めたものと異なる解を求めよ。

(3) a が $a > 0$ の範囲を動くとき、(2) で求めた解の最小値とそのときの a の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 放物線

$$y = x^2 - 2ax + b$$

の頂点を $P(X, Y)$ とする。

(1) X, Y を a, b を用いて表せ。

(2) 点 $Q(a, b)$ が 3 点 $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ を頂点とする三角形の周上を一周するとき、点 P がえがく図形を図示せよ。

(3) (2) で求めた図形で囲まれる部分の面積を求めよ。

(以 上)