

1997 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 2, 3 ページ目にあり 4 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 $f(x)$ と $g(x)$ はともに最高次の項の係数が 1 である x の整式であり、 $f(x)$ は 3 次式、 $g(x)$ は 2 次式で次の 3 つの条件を満たしている。

このとき、 $f(x)$ 、 $g(x)$ を求めよ。

条件 1. x の関数 $y = f(x)$ は $x = -1$ 、 $x = 2$ で極値をとる。

条件 2. 曲線 $y = g(x)$ は x 軸に接している。

条件 3. $f(x) + g(x)$ を $(x - 1)(x - 2)$ で割ると余りは $-\frac{3}{2}x + 1$ である。

〔Ⅱ〕 $f(x) = x^3 - 6ax^2 + 9a^2x$ の $0 \leq x \leq 1$ における最大値およびそのときの x の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

(1) x の方程式

$$2^{6x+1} + 5 \times 2^{4x} - 11 \times 2^{2x} + 4 = 0$$

の解は ① である。

(2) 半径 1 の円に内接する正 6 角形の面積 s_6 は ② であり、外接する正 6 角形の面積 S_6 は ③ である。また、半径 1 の円に内接する正 8 角形の面積 s_8 は ④ であり、外接する正 8 角形の面積 S_8 は ⑤ である。

ここで、 $S_6 - s_6$ と $S_8 - s_8$ の比の値は分母を有理化すると

$$\frac{S_6 - s_6}{S_8 - s_8} = \text{ ⑥}$$

となり、 $S_6 - s_6$ と $S_8 - s_8$ の大小関係については、不等式

$$S_6 - s_6 \text{ ⑦ } S_8 - s_8$$

が成り立つことがわかる。

〔Ⅳ〕 次の をうめよ。

放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ が、 y 軸上の点 P を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円と異なる 2 点 A, B で接線を共有している。このとき、

(1) 点 P の座標は (① , ②) であり、2 点 A, B の座標は ($\pm$ ③ , ④) である。

(2) $\angle APB$ の大きさは ⑤ である。

(3) 円と放物線ではさまれた部分の面積は ⑥ である。

(以 上)