

1998 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 点 (x, y) が原点を中心とする半径 1 の円周上を動くとき、次の問いに答えよ。

- (1) $x + y$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $xy(x + y - 1)$ の最大値と最小値を求めよ。

〔Ⅱ〕 $f(x)$ は x の整式で表される関数で、次の条件(ア)、(イ)を満たしている。このような $f(x)$ をすべて求めよ。

$$(ア) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3 - 1} = -1, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^3 - 1} = 0$$

(イ) $f(x) = 0$ の解のうち最大のものを α とするとき

$$\int_0^{\alpha} f(x) dx = -\frac{1}{6} \alpha^2$$

〔Ⅲ〕 9枚のカードがあり、その各々には I, I, D, A, I, G, A, K, U という文字が1つずつ書かれている。次の の中に適当な数値を入れよ。答えは既約分数で表せ。

(1) これら9枚のカードをよく混ぜて横一列に並べる。

D, G, K, Uのカードだけを見たとき、左から右へこの順序で並んでいる確率は ① である。

また、Iのカードが3枚続いて並ぶ確率は ② である。

(2) これら9枚のカードをよく混ぜて3枚を同時に取り出したとき、

3枚のカードに書かれた文字がK, A, Iである確率は ③ である。

3枚のカードの中にIと書かれたカードが少なくとも1枚ある確率は ④ である。

3枚のカードに書かれた文字がすべて異なる確率は ⑤ である。

〔Ⅳ〕 次の をうめよ。

(1) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき、 $\cos 2\theta$ の値は ① である。

(2) ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ の内積を $\vec{a} \cdot \vec{b}$ で表す。 $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $\vec{b} = (2, 0, 2)$

で、 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ が成り立つとき、 $\vec{a}$ を成分で表すと

$\vec{a} =$ ② である。

(3) 1998の正の約数(1と1998も含む)の個数は ③ である。

(4) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^x = 10$, $2^{3y} = 100$ とする。このとき $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ の値は

④ である。

(5) 級数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}$ の和の値は ⑤ である。

(以 上)