

A 日程 商学部

[I] 配点35点 平均17.6点

(解答例)

$$2x+5y \leq 25 \text{ より } x \leq 25/2 - 5/2y, y \leq 5 - 2/5x$$

$$3x+y \leq 17 \text{ より } x \leq 17/3 - 1/3y, y \leq 17-3x$$

$x \geq 1$ であるから、 y についての不等式より $y \leq 4$ が出る。一方、 $k=3x+4y$ であるので k が最大となるのは x と y が条件式をみたして最大となるときである。

$y=4$ のとき、条件式より $x \leq 2$ となるから、このときは $k=22$ が最大となる。

$y=3$ のとき、条件式より $x \leq 4$ となるから、 $k=24$ が最大となる。

$y=2$ のとき、条件式より $x \leq 5$ となるから、 $k=23$ が最大となる。

$y=1$ のとき、条件式より $x \leq 5$ となるから、 $k=19$ が最大となる。

したがって、 $x=4$ 、 $y=3$ のとき、 k は最大となり、最大値は 24 である。

[II] 配点30点 (①②各5点、③④各10点) 平均11.8点

(解答例)

$y=x^2$ 上の点 P における接線は $y=2px-p^2$ 、点 Q における接線は $y=2qx-q^2$ である。

ゆえに2つの接線の交点 R の x 座標は $(p+q)/2$ ①、 y 座標は pq ②

となる。また、 $p < q$ より三角形 $\triangle PQR$ の面積は

$$S = \{(q-p)((p^2-pq)+(q^2-pq))/4\} = (q-p)^3/4 \quad \text{③}$$

となり、したがって $S=2$ のとき、 R のえがく図形の方程式は $Y=X^2-1$ ④となる。

[III] 配点35点 平均5.2点

(解答例)

(1) k 回目に硬貨を投げたとき表が出ると 2^{k-1} 点が加算され、裏が出ると点が加算されないから点数の出方(つまり場合の数)は2倍になり、合計の点数は0から 2^k-1 までのすべての整数値を取り得る。また、それぞれの値をとる確率はすべて同じである。したがって、 n 回後の得点合計のとりうる値は、0から 2^n-1 までのすべての整数値であり、それらの確率はそれぞれ $1/2^n$ である。

(2) A の得点を a 、 B の得点を b とすると、条件は $a > 2b$ となる。この条件を満たすのは

$b=0$ のとき、 $a=1, \dots, 2^n-1$ の 2^n-1 通り、

$b=1$ のとき、 $a=3, \dots, 2^n-1$ の 2^n-3 通り、...

$b=2^{n-1}-1$ のとき、 $a=2^n-1$ の1通りとなるから、それら全体の場合の数は

$$2^n-1+2^n-3+\dots+3+1=2^n \cdot 2^{n-1}/2=2^{2n-2}$$

となる。また、その確率は $2^{2n-2}/2^{2n}=1/4$ である。