

[1] 真数条件より

$$\begin{cases} 2-x > 0 \\ x-2a > 0 \\ x > 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x > 2a \end{cases} \quad \dots(*)$$

この領域が空集合とならない為には

$$2a < 2$$

$$\therefore a < 1$$

一方与式は

$$\log_2(2-x)(x-2a) = \log_2 2x$$

$$(2-x)(x-2a) = 2x$$

$$\therefore x^2 - 2ax + 4a = 0 \quad \dots(**)$$

これが領域 (*) において実数解をもつ条件を考える.

$$y = x^2 - 2ax + 4a$$

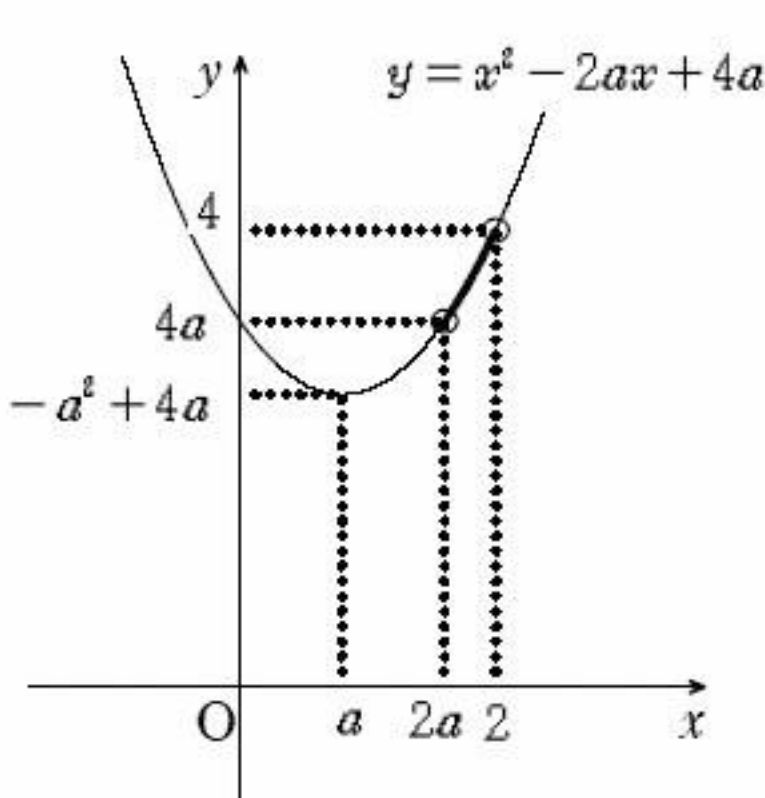
とおくと,

$$y = (x-a)^2 - a^2 + 4a$$

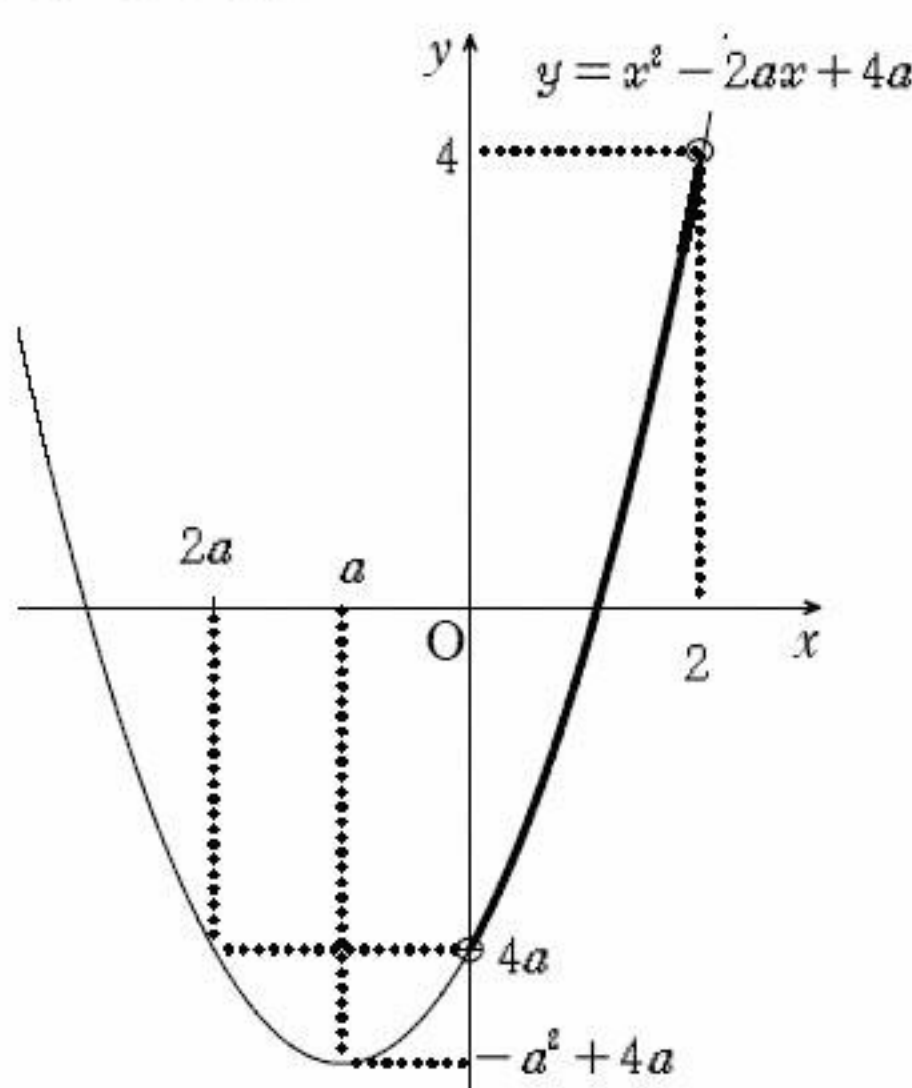
i) $0 < a < 1$ のとき

(*) (**) は

$$x^2 - 2ax + 4a = 0 \quad (2a < x < 2)$$

 $4a > 0$ よりこの場合は解を持たない.ii) $a = 0$ のとき(*) (**) は $x^2 = 0 \quad (0 < x < 2)$

よって, この場合も解を持たない.

iii) $a < 0$ のとき

この場合は解を持ち, (**) より

$$\therefore x = a + \sqrt{a^2 - 4a}$$

i) , ii) , iii) より, 方程式は $a < 0$ のときに実数解

$$x = a + \sqrt{a^2 - 4a} \quad \dots(\text{答})$$

を持つ.

[II]

(1) $p = t^2 + t + 1$ とおくと,

$$p = \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$$

(i) $x \geq p$ の時

$$f(x) = (x - t^2 - t - 1) + t + 2$$

$$= x - t^2 + 1$$

(ii) $x < p$ の時

$$f(x) = -(x - t^2 - t - 1) + t + 2$$

$$= -x + t^2 + 2t + 3$$

よって,

$$M(t) = f(-1) = t^2 + 2t + 4$$

$$m(t) = \begin{cases} f(p) = t + 2 & \left(\frac{3}{4} \leq p \leq 1\right) \\ f(1) = t^2 + 2t + 2 & (p > 1) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} t + 2 & (-1 \leq t \leq 0) \\ t^2 + 2t + 2 & (t < -1, t > 0) \end{cases}$$

したがって

$$V(t) = \begin{cases} t^2 + t + 2 & (-1 \leq t \leq 0) \\ 2 & (t < -1, t > 0) \end{cases}$$

[III]

① $1/2 (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$ 、② $2 (\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$ 、③ $\sqrt{2}$ 、④ 15、⑤ $\sqrt{2} (\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)$ 、⑥ $(\sqrt{3} - 1)/2$ 、⑦ $(\sqrt{3} + 1)/2$ 、⑧ 11、⑨ -16

[IV]

① $2/3$ 、② $11/36$ 、③ $49/36$ 、④ $2/9$ 、⑤ $11/108$ 、⑥ $299/1296$