

A 日程 工学部

[I] (50点) (1)10点 (2)20点 (3)20点。

$$(1) Q\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\sqrt{3}\right)$$

$$(2) \angle POA = \theta \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right) \text{ とおくと}$$

$$OP = 2\cos\theta, AP = 2\sin\theta$$

$$\therefore OP + AP = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ から } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ のとき最大となり}$$

$$(\text{答}) \text{ 最大値 } 2\sqrt{2}, P(x_0, y_0) = (1, 1)$$

$$(3) Q(x, y) \text{ とし}$$

$$OQ = OP + PQ = 2(\cos\theta + 1)$$

$$\therefore \begin{cases} x = 2(1 + \cos\theta)\cos\theta \\ y = 2(1 + \cos\theta)\sin\theta \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{dx}{d\theta} = -2\sin\theta - 2\sin 2\theta \\ \frac{dy}{d\theta} = 2\cos\theta + 2\cos 2\theta \end{cases} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

(2)から、 θ は $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ であり、求める曲線の長さを L として

$$\begin{aligned} L &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{4(\sin\theta + \sin 2\theta)^2 + 4(\cos\theta + \cos 2\theta)^2} d\theta \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\sqrt{2(1 + \cos\theta)} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 4\cos\frac{\theta}{2} d\theta \\ &= \left[8\sin\frac{\theta}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = 8\sin\frac{\pi}{8} \\ &= 4\sqrt{2 - \sqrt{2}} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

[II] (50点) (1)10点 (2)25点 (3)15点

$$(1) D/4 = 2 - k^2 \geq 0$$

$$k > 0 \text{ だから } (\text{答}) 0 < k \leq \sqrt{2}$$

$$(2) \text{ 実数解の場合、絶対値 2 の解は、2, -2}$$

$$x = 2 \text{ が解のとき、} k = 1$$

$$x = -2 \text{ が解のとき、} k = -1$$

$$k > 0 \text{ の条件から } k = 1, x = 2 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{虚数解の場合、(1)より } k > \sqrt{2}$$

$$\text{解の公式から } x = k \pm \sqrt{k^2 - 2}i \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

$$|x| = 2 \text{ より } k^2 + (\sqrt{k^2 - 2})^2 = 4$$

$$k > 0 \text{ の条件から } k = \sqrt{3}, x = \sqrt{3} \pm i \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

以上①、②より

$$(\text{答}) k = 1, x = 2, k = \sqrt{3}, x = \sqrt{3} \pm i$$

$$(3) \alpha = \sqrt{3} \pm i$$

$$= 2(\cos(\pm 30^\circ) + i\sin(\pm 30^\circ))$$

$$\therefore \arg \alpha^6 = (\arg \alpha) \times 6 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$= (\pm 30^\circ) \times 6 = \pm 180^\circ$$

$$0^\circ \leq \theta < 360^\circ \text{ で考えて } \theta = 180^\circ \text{ (答)}$$

[III] (50点) (1)~(5)各10点

$$(1) A \text{ か } B \text{ が勝者となる余事象の確率で}$$

$$1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \boxed{\textcircled{1} \frac{7}{9}}$$

$$(2), (3), (4) \text{ 最後の回は } C \text{ が得点することに注意して}$$

$$\boxed{\textcircled{2} \frac{1}{27}}, {}_3C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} = \boxed{\textcircled{3} \frac{2}{27}}$$

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot {}_2C_1 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} = \boxed{\textcircled{4} \frac{4}{81}}$$

$$(5) A, B \text{ が勝者となる確率は等しいから、}$$

$$\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{27} + \frac{2}{27} + \frac{4}{81} \right) \right\} = \boxed{\textcircled{5} \frac{34}{81}}$$

[IV] (50点) (1)~(5)各10点

$$(1) \boxed{\textcircled{1} -3} \text{ (5点)} \quad \boxed{\textcircled{2} \frac{5}{6}\pi} \text{ (5点)}$$

$$(2) \boxed{\textcircled{3} 2 < x < 11} \text{ (10点)}$$

$$(3) \boxed{\textcircled{4} 2} \text{ (5点)} \quad \boxed{\textcircled{5} 64} \text{ (5点)}$$

$$(4) \boxed{\textcircled{6} c < -5, 5 \leq c} \text{ (5点)} \quad \boxed{\textcircled{7} 7} \text{ (5点)}$$

$$(5) \boxed{\textcircled{8} \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 5 & -9 \end{pmatrix}} \text{ (10点)}$$