

1999 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(H B)〈シャープペンシルは、H B 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 3 次関数 $f(x) = x(x^2 + ax + b)$ について次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ が極大値と極小値をもつための条件を a, b で表せ。
- (2) $f(x)$ が極大となる x の値が $0 < x < 1$ を満たすような点 (a, b) が存在する領域を図示せよ。

〔Ⅱ〕 次の をうめよ。

自然数からなる等差数列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ があり、次の 2 条件を満たしている。

(ア) $a_1 + a_n = 1999$

(イ) $\sum_{k=1}^5 a_k = 2000$

ただし、 $5 \leq n \leq 100$ とする。

いま、公差を d とすれば、条件(イ)により、 a_1 は d を用いて $a_1 = \text{①}$ と表される。したがって、条件(ア)により、 n と d の関係は

$(n - 5)d = \text{②}$ となる。 $5 \leq n \leq 100$ 、かつ a_1 が自然数になるような n と d を求めると、 $n = \text{③}$ 、 $d = \text{④}$ がえられ、 a_1 の値は ⑤ となる。

〔Ⅲ〕 $\triangle ABC$ は半径 3 の円に内接し、 $BC = 4$ である。

- (1) $\sin A$ の値を求めよ。
- (2) 2 辺 AB, AC の長さのうち少なくとも一方は無理数であることを証明せよ。
ただし、 $\sqrt{5}$ が無理数であることを用いてもよい。

(以 上)