

1999 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(H B)〈シャープペンシルは、H B 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 x の方程式

$$\log_2(2-x) + \log_2(x-2a) = 1 + \log_2 x$$

が実数解をもつような a の範囲を求め、そのときの実数解を求めよ。

〔Ⅱ〕 次の問いに答えよ。

(1) x の関数

$$f(x) = |x - t^2 - t - 1| + t + 2$$

の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値 $M(t)$ 、最小値 $m(t)$ 、および最大値と最小値の差 $V(t) = M(t) - m(t)$ を求めよ。

(2) t の関数 $y = V(t)$ のグラフと 2 直線 $t = -1$, $t = 1$ 、および直線 $y = 0$ によって囲まれる部分の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

複素数の列

$$z_1, z_2, z_3, \dots$$

がある。初項 z_1 と第5項 z_5 は,

$$z_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i, \quad z_5 = 2i$$

であり、隣りあう2つの項の間には,

$$z_{n+1} = \alpha z_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

の関係がある。ただし、 α は $0^\circ < \arg \alpha < 90^\circ$ を満たす複素数である。

(1) z_1, z_5 をそれぞれ極形式で表すと,

$$z_1 = \boxed{\text{①}}, \quad z_5 = \boxed{\text{②}}$$

となる。

(2) α の絶対値 $|\alpha|$ は ③ で、 α の偏角 $\arg \alpha$ は ④ $^\circ$ である。

(3) z_4 を極形式で表すと,

$$z_4 = \boxed{\text{⑤}}$$

であり、 z_4 の実部、虚部をそれぞれ数値で表すと,

$$z_4 \text{ の実部} = \boxed{\text{⑥}}, \quad z_4 \text{ の虚部} = \boxed{\text{⑦}}$$

である。

(4) $z_1, z_2, z_3, \dots$ の中ではじめて実数が現れるのは、第 ⑧ 項で、その実数は ⑨ である。

〔Ⅳ〕 数直線上でスタートの位置が0で、1、2を通りゴールの位置が3となる^{サイコロ}双六ゲームを考える。

最初にスタート0の位置に駒をおき、サイコロを投げて出た目の数だけ数直線の正の方向に駒を進め、駒がゴールの3の位置にちょうど到達するか、ゴールを通過すれば「上がり」となる。

このとき、次の をうめよ。ただし、分数は既約分数で表せ。

まず、1人でこのゲームを行った場合、

- (1) サイコロを1回投げて「上がり」となる確率は ① で、サイコロを2回投げたところで「上がり」となる確率は ② である。
- (2) このゲームで「上がり」となるためにサイコロを投げる回数の期待値は ③ である。

次に、A君とB君の2人で、このゲームを行う。

まず、A君から始めて、次にB君というように交互にサイコロを投げて、それぞれの駒を進め、先に「上がり」となった方を勝ちとする。

- (3) B君がサイコロを1回投げたところで勝ちとなる確率は ④ である。
- (4) A君がサイコロを2回投げたところで勝ちとなる確率は ⑤ である。
- (5) B君が勝つ確率は ⑥ である。

(以 上)