

1999 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(H B)〈シャープペンシルは、H B 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕座標平面に原点 O と定点 $A(2, 0)$ が与えられている。曲線 C を

$$C: (x-1)^2 + y^2 = 1, y \geq 0$$

とする。曲線 C 上に点 P をとり、線分 OP を P のほうに延長した半直線上に点 Q を $PQ = 2$ となるようにとる。

- (1) $\angle POA = \frac{\pi}{3}$ のとき、点 Q の座標を求めよ。
- (2) $OP + AP$ の最大値とそのときの点 P の座標 (x_0, y_0) を求めよ。
- (3) 点 P が曲線 C 上を定点 A から(2)で求めた点 (x_0, y_0) まで動くとき、点 Q がえがく曲線の長さを求めよ。

〔Ⅱ〕 k を正の定数とする。 x についての2次方程式

$$x^2 - 2kx + 2k^2 - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{A}$$

を考える。

- (1) $\textcircled{A}$ が実数の解をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (2) $\textcircled{A}$ が絶対値が2である解をもつような k の値とその解を求めよ。
- (3) (2)で求めた解のうちの虚数解を α とすると、 α^6 の偏角 θ ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$)を求めよ。

〔Ⅲ〕 A, B, Cの3人が参加して、そのうちの1人だけが1点を取り、他の2人は無得点となるようなゲームをする。ただし、A, B, Cのうちのどの1人が得点をする確率も等しいとする。

このゲームを繰り返して行い、得点の合計が最初に3点となった人を勝者とし、そこでゲームをやめる。

すでに2回だけゲームが行われA, Bが各1点を取り、Cは無得点である。

このとき、次の をうめよ。ただし、分数は既約分数で表せ。

- (1) 最初から4回目のゲームが終わったときに、まだ勝者がきまらない確率は

① である。

- (2) 最初から5回目のゲームが終わったときに、Cが勝者となる確率は

② である。

- (3) 最初から6回目のゲームが終わったときに、Cが勝者となる確率は

③ である。

- (4) 最初から7回目のゲームが終わったときに、Cが勝者となる確率は

④ である。

- (5) Aが勝者となる確率は ⑤ である。

〔Ⅳ〕 次の をうめよ。

- (1) ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{13}$ を満たしているとき, $\vec{a}$, $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ および, $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角 θ ($0 \leq \theta < \pi$) は

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{①}, \quad \theta = \text{②}$$

である。

- (2) $\log_3(2x+3) + \log_3(x-2) < \log_{\sqrt{3}}(x+4)$

を満たす x の値の範囲は ③ である。

- (3) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 5x$ とする。曲線 $y = f(x)$ の接線の傾きの最小値は ④ である。また, 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 2x - 1$ および直線 $x = 3$ で囲まれる部分の面積は ⑤ である。

- (4) c を 0 でない定数とする。 $a_1 = 6$, $a_{n+1} = \frac{5}{c}a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義された数列がある。この数列が収束するような c の値の範囲は ⑥ である。また, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 21$ となるのは, $c = \text{⑦}$ のときである。

- (5) 行列 A の逆行列 A^{-1} が $A^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & -7 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ のとき, 行列 A を成分で表すと, $A = \text{⑧}$ となる。

(以 上)