

1999 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(H B)〈シャープペンシルは、H B 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕座標平面上で動点 $P(x, y)$ が半円周 $x^2 + y^2 = 1, y \geq 0$ 上を動き、かつ $\sqrt{3}x + y \geq 0$ を満たすとき、 $x + y$ の値の範囲を求めよ。

〔Ⅱ〕次の をうめよ。

n は正の奇数で、自然数の列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ は公比 r の等比数列であるとする。ただし、 $r > 1$ とする。

$$A = \sum_{k=1}^n a_k, B = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} a_k, C = \sum_{k=1}^n a_k^2$$

とおくとき、

(1) C を A, B を用いて表すと $C = \text{①}$ である。

(2) $C = 133$ とすると、 A の値は ② , B の値は ③ ,

$a_1, a_2, \dots, a_n$ の奇数番目の項の和の値は ④ , 偶数番目の項の和の値は ⑤ となる。このとき、項数 $n = \text{⑥}$ となり、

$a_1 = \text{⑦}$, 公比 $r = \text{⑧}$ となる。

〔Ⅲ〕放物線 $y = x^2$ を C_1 とする。また、直線 $x = p$ を軸とし、原点と点 $A(p, p)$ を通る放物線を C_2 とする。ただし、 $p > 1$ である。

(1) C_2 の方程式を求めよ。

(2) C_1 と C_2 の原点と異なる交点の x 座標を a とするとき、 a を求め、 $1 < a < p$ であることを示せ。

(3) C_1 と C_2 によって囲まれる部分の面積を S_1 とし、 C_1, C_2 および直線 $x = p$ の3つで囲まれる部分の面積を S_2 とするとき、 $S_1 = S_2$ となるような p の値を求めよ。

(以 上)