

1999 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(H B)〈シャープペンシルは、H B 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) はそれぞれ各項が異なる整数の列で、 $\{a_n\}$ は等差数列, $\{b_n\}$ は公比が整数の等比数列である。

$$a_1 + b_1 = 3, a_2 + b_2 = 5, a_3 + b_3 = 11$$

のとき, 数列 $\{a_n\}$ の公差 d と数列 $\{b_n\}$ の公比 r を求め, 一般項 a_n , b_n を n を用いて表せ。

〔Ⅱ〕 $0 \leq x \leq 2$ において, x の関数 $f(x)$ は

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq 1) \\ -2x + 2 & (1 < x \leq 2) \end{cases}$$

によって定義されている。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) a を実数の定数とする。

$0 \leq x \leq 2$ において定義される x の関数

$$f(x) + a(x + 1)$$

の最大値 $M(a)$ と最小値 $m(a)$ を求めよ。

(2) a がすべての実数値を動くとき, a の関数 $V(a) = M(a) - m(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

z を絶対値が $\sqrt{2}$ で偏角が θ ($0^\circ < \theta \leq 90^\circ$) の複素数とする。

複素数平面上で、

$$0, \quad z + \sqrt{2}i, \quad \sqrt{2}z^2 + 2zi, \quad z^3 + \sqrt{2}z^2i$$

を表す点を、それぞれ O, A, B, C とする。

このとき、 OA, OB, OC の長さおよび $\angle AOB, \angle AOC$ を θ を用いて表すと

$$OA = \text{①}, \quad OB = \text{②}, \quad OC = \text{③}$$

$$\angle AOB = \text{④}, \quad \angle AOC = \text{⑤}$$

となる。したがって、 $\triangle OAB$ の面積を S_1 , $\triangle OAC$ の面積を S_2 とすると

$$S_1 = \text{⑥}, \quad S_2 = \text{⑦}$$

である。そこで、 $S_1 = S_2$ となる θ の値は ⑧ となる。

また、面積 S_1 を最大にする θ の値は ⑨ で、最大値は ⑩ である。

〔IV〕サイコロを3回投げて出た目の数を順に x, y, z とするとき、次の をうめよ。ただし、分数は既約分数で表せ。

- (1) $x < y < z$ を満たす確率は ① である。
- (2) $x + y + z \leq 6$ を満たす確率は ② である。
- (3) $3x = yz$ を満たす確率は ③ である。
- (4) $x \neq y + z$ を満たす確率は ④ である。
- (5) $(x - y)(y - z)(z - x) = 0$ を満たす確率は ⑤ である。

(以 上)