

〔I〕 方程式

$$3(4^x + 4^{-x}) - 13(2^x + 2^{-x}) + 16 = 0$$

を次の手順で解くことを考える。次の をうめよ。

$t = 2^x + 2^{-x}$ とおくと、 $2^x > 0$ であるから、 t のとりうる値の範囲は

$t \geq$ ① であり、 $x =$ ② のとき t は最小値 ① をとる。

与えられた方程式を t で表すと、 t の 2 次方程式

$$\text{③} = 0$$

となる。このとき、 $t \geq$ ① を満たす解は $t =$ ④ である。これより、 2^x を求めると $2^x =$ ⑤ , ⑥ で、求める解は $x =$ ⑦ ,

⑧ である。

〔Ⅱ〕 3 辺の長さが a, b, c の $\triangle ABC$ と, 3 辺の長さが $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ の $\triangle A'B'C'$ がある。この 2 つの三角形は 3 辺の長さの和が等しく, また, 3 辺の長さの積も等しい。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) abc および $(a-1)(b-1)(c-1)$ の値を求めよ。

(2) 数値, 文字式または用語を用いて次の をうめよ。

(1) より, a, b, c のうちの少なくとも 1 つはその値が ① である。

例えば $a =$ ① とする。このとき, b を c を用いて表すと

$b =$ ②, c を b を用いて表すと $c =$ ③ だから, $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ とは ④ である。また, $a =$ ① のとき, b のとりうる値の範囲は ⑤ $< b <$ ⑥ である。

〔Ⅲ〕 xy 平面上に 3 点 $A(1, 0)$, $B(1, 1)$, $C(0, 1)$ を頂点とする三角形 ABC がある。点 $P(a, b)$ がこの三角形の周上を 1 周するとき、放物線 $y = x^2 - 2ax + b^2$ の頂点 Q のえがく図形を図示し、その図形が囲む領域の面積を求めよ。

解答欄に記入しなさい。(以上)