

〔 I 〕 a を正の定数とし、曲線

$$y = ae^{-\frac{x^2}{2}}$$

を C とする。 ℓ は原点 O を通る直線で、 C との交点を P とするとき、 P の x 座標は正であり、また、 ℓ は点 P における C の接線と垂直に交わるとする。

- (1) このような直線 ℓ が引けるために a がとりうる値の範囲を求めよ。またこのとき、点 P の座標を a を用いて表せ。
- (2) 点 P における C の接線が x 軸と交わる点を Q とする。 a が(1)で求めた範囲を動くとき、 $\triangle POQ$ の面積の最小値と、そのときの a の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 z は複素数平面上の点 1 を中心とする半径 1 の円周上を動くものとし、
 $w = z^2$ とする。 $z - 1$ の偏角を $\theta (0 \leq \theta < 2\pi)$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) w の絶対値 $|w|$ ，および $w \neq 0$ のときの w の偏角 $\arg w$ を θ で表せ。
- (2) $w = u + iv$ (u, v は実数) とするとき， u, v を θ で表せ。
- (3) θ が 0 から $\frac{\pi}{2}$ まで動くとき， w のえがく曲線と実軸および虚軸により囲まれる領域の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 座標平面上で動点 P が上下左右のいずれかの方向に 1 だけ移動することを 1 回のステップとする。ただし、どの方向に移動する確率も $\frac{1}{4}$ であるとする。動点 P は原点 O から出発する。 n 回のステップ後の動点 P の位置を P_n とするとき、次の をうめよ。ただし、分数は既約分数で表せ。

- (1) $P_2 = O$ となる確率は ① である。
- (2) $P_2 = O$ かつ $P_4 = O$ となる確率は ② である。
- (3) 4 ステップのうち右方向に 1 回だけ移動して $P_4 = O$ となる確率は ③ である。
- (4) 4 ステップのうち右方向にちょうど 2 回移動して $P_4 = O$ となる確率は ④ である。
- (5) $P_4 = O$ となる確率は ⑤ である。
- (6) 3 回目のステップまでは原点に戻らず、 $P_4 = O$ となる確率は ⑥ である。

〔Ⅳ〕 次の をうめよ。

(1) $\vec{a}=(1, 0, 0)$, $\vec{b}=(1, 1, 0)$, $\vec{c}=(1, 1, 1)$ とする。

$\vec{a}+s\vec{b}+t\vec{c}$ がベクトル $(0, 1, 1)$ および $(1, 2, 4)$ と垂直になるとき、
 $s =$ ① $, t =$ ② $$ である。

(2) 初項が 8, 第 4 項が k である無限等比級数が収束するために k がとりうる
値の範囲は ③ $$ であり, このとき無限等比級数の和は ④ $$ に等し
い。

(3) $\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$ の $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ における最大値は ⑤ $$,
最小値は ⑥ $$ である。

(4) 円

$$x^2 + y^2 = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

が, 不等式 $y \geq x^2 + a$ の表す領域に含まれるような定数 a の値の最大値は
 ⑦ $$ である。また, 円 ④ が, 不等式 $y \geq \frac{1}{4}x^2 + b$ の表す領域に含
まれるような定数 b の値の最大値は ⑧ $$ である。

(5) 2 次の正方行列 A, B について

$$A+B=\begin{pmatrix} 2a & 1-2a^2 \\ 2 & -2a \end{pmatrix}, \quad A-B=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

であるとき, $A^2 - B^2 =$ ⑨ $$ である。

(以 上)