

[I] 2直線

$$y = \frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha} x - \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$y = -\frac{\sin 2\alpha}{3 \cos \alpha} x + 2$$

が平行で異なるとき、 α の値を求めよ。

ただし、 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ 、 $\alpha \neq 90^\circ$ 、とする。

[II] 3次関数

$$f(x) = x^3 + ax^2 - x$$

について次の問いに答えよ。

- (1) この関数 $f(x)$ の極大値は正、極小値は負であることを示せ。
- (2) 極大値が極小値の絶対値より小であるような定数 a の値の範囲を求めよ。

〔Ⅲ〕 13人のうちの1人に賞品を与えるのに、賞品を受け取る人を以下のような方法で定めることとする。

まず、

(ア) 13人に、0, 1, 2, …… , 12と番号をつけた。

次に、

(イ) 正の整数 N を定めて、 N を 13 で割った余りが r であるときに、番号が r である人に賞品を与える。

このとき、次の をうめよ。

(1) $N = 2002$ のときに賞品を受け取る人の番号は ① である。

(2) $N = 2^{13}$ のときに賞品を受け取る人の番号は ② である。

(3) $N = 15^{13}$ のときに賞品を受け取る人の番号は ③ である。

(4) $N = 2^n$ のときに番号 0 の人が賞品を受け取ることはない。その理由を簡単に示すと以下のとおりである。ただし、 n は正の整数とする。

④

(5) $N = 3^n$ のとき、正の整数 n の値によっては賞品を受け取ることができる人の番号は ⑤ である。

(以 上)