

[I] $\log_2 4x^3 = \log_x 2$ を満たす x の値を求めよ。

[II] $\triangle ABC$ において $AB = 5$, $AC = 7$, $BC < AC$ である。Aから直線 BC に下ろした垂線を AH とすると、 $AH = 3$ となっている。このとき、次の をうめよ。

$$\triangle ABC \text{ の面積} = \text{ ① },$$

$$\sin A = \text{ ② }, \cos B = \text{ ③ }, \cos C = \text{ ④ },$$

$$\triangle ABC \text{ の外接円の半径} = \text{ ⑤ }$$

である。

〔Ⅲ〕 x の 3 次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ は、 x の値が $a, \beta (a < \beta)$ のとき極値をとるとする。

(1) 放物線 $y = f'(x)$ と x 軸とが囲む部分の面積は、 $f(a) - f(\beta)$ であることを示せ。ただし、 $f'(x)$ は $f(x)$ の導関数である。

(2) $f(a) - f(\beta)$ を a, β だけの式で表せ。

(3) $f(a)$ と $f(\beta)$ の差が 108、 a と β の積が 16 であるとき、定数 a, b の値を求めよ。

(以 上)