

[ I ]  $y = 2(1 + \sin 2\theta)(\sin \theta + \cos \theta) + 3 \sin 2\theta + 5$  ( $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ )

の最大値, 最小値を調べたい。

- (1)  $x = \sin \theta + \cos \theta$  ( $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ )の取り得る範囲を求めよ。
- (2)  $y$  を  $x$  の関数として表せ。
- (3)  $y$  の最大値, 最小値およびそれぞれを与える  $\theta$  の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 次の問いに答えよ。

- (1)  $a > 0$  とする。直線  $y = ax$  に関して、点  $P(x, y)$  と対称の位置にある点を  $P'(x', y')$  とするとき、 $x', y'$  を  $x, y$  で表せ。
- (2) 直線  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$  に関して、放物線  $y = x^2$  と対称の位置にある曲線  $C$  の方程式を求めよ。
- (3) 直線  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$  に関して、直線  $y = 0$  と対称の位置にある直線の方程式を求めよ。
- (4) (2)の曲線  $C$  と直線  $y = 0$  で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。

〔Ⅲ〕 複素数平面上で、0を中心として1を1つの頂点とする正10角形を考える。1を1番目の頂点とし、反時計回りに数えて8番目の頂点を表す複素数を $z$ とし、 $z$ の偏角を $\theta$ とする。このとき、次の  をうめよ。

$z$ の絶対値は  ① であり、 $\theta$ は  ② 度である。

従って、 $z^5$ は  ③ である。

このことより、 $z$ は  ④ と異なることを考慮に入れば、

$z^4 - z^3 + z^2 - z + 1 =$   ⑤ と結論できる。

また、 $\cos \theta$ を $z$ で表せば  ⑥ である。

従って、 $\cos \theta$ は2次方程式 $x^2 -$   ⑦  $x -$   ⑧  $= 0$ の解でなければならない。 $\cos \theta$ の符号が  ⑨ であることを考慮に入れば、

$\cos \theta =$   ⑩ と結論できる。

〔IV〕 点 A を座標平面の原点におく。次の操作を 1 回の試行とする。

「サイコロを振って出た目の数が  $a$  ( $1 \leq a \leq 6$ ) なら点 A を  $\log_2 a$  だけ  $x$  軸の正の方向に移動する」

$n$  回の試行の後に A のある点の  $x$  座標を  $x_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする。

このとき、次の  をうめよ。

(1)  $x_1 = 2$  となる確率は  ① である。

(2)  $x_1 \geq 3$  となる確率は  ② である。

(3)  $x_2 = 2$  となる確率は  ③ である。

(4)  $x_2 \geq 3$  となる確率は  ④ である。

(5)  $x_3 = 2$  となる確率は  ⑤ である。

(6)  $x_3$  が整数となる確率は  ⑥ である。

(7)  $x_1$  の期待値を  $E(x_1)$  とすれば、 $E(x_1) = \frac{1}{6} \log_2$   ⑦ である。

(以 上)