〔 I 〕 座標平面上に点 A$(t, 0)$ $(0 < t < 2)$ がある。点 B は x 軸上に，点 C および D は放物線 $y = x(4-x)$ 上にとって，長方形 ABCD をつくる。t が $0 < t < 2$ の範囲を動くとき，次の問いに答えよ。

(1) 長方形 ABCD の周の長さの最大値とそのときの t の値を求めよ。

(2) 長方形 ABCD の面積の最大値とそのときの t の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 数列 $\{a_n\}$ が漸化式，$a_1 = 0$，$\dfrac{1}{n} a_{n+1} - \dfrac{1}{n+1} a_n = 1$ （$n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$）

で定義されている。次の問いに答えよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k(k+1)$ を求めよ。

(2) a_n を求めよ。

(3) $\displaystyle\sum_{k=2}^{n} \frac{1}{a_k}$ を求めよ。

〔III〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

x の 2 次方程式 $\sqrt{2}\,x^2 - \sqrt{3}\,x + k = 0$ の解が $\sin\theta$，$\cos\theta$（$\sin\theta > \cos\theta$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$）であるとき，この方程式は $\sqrt{2}(x - \sin\theta)(x - \cos\theta) = 0$ と表すことができる。このとき $\sin\theta + \cos\theta$ の値は $\boxed{①}$ であり，$\sin\theta\cos\theta$ を k で表すと $\boxed{②}$ である。これより k の値を求めると，$k = \boxed{③}$ である。したがって，$\sin\theta = \boxed{④}$，$\cos\theta = \boxed{⑤}$ である。また $\sin 2\theta$ の値は $\boxed{⑥}$ だから，$\theta = \boxed{⑦}^\circ$ であることがわかる。

（以　上）