

〔 I 〕 次の2つの式を同時に満たす x, y の値の組 (x, y) をすべて求めよ。

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + x + y = 0 \\ x^2 - 3x + 2y^2 + 3y = 9 \end{cases}$$

〔Ⅱ〕 $a_n = \sin(30^\circ \times n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定まる数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。次の をうめよ。

(1) $S_{10} =$, $S_{100} =$ である。

(2) S_n の値が最大になるのは、 n を 12 で割った余りが または のときであり、そのとき $S_n =$ である。

〔Ⅲ〕 次の問いに答えよ。

(1) A, B を正の数とすると、不等式 $1 - (A + B) < (1 - A)(1 - B)$ を証明せよ。

(2) $2 \leq n$, $0 < p_i < 1$ ($i = 1, 2, \dots, n$) であるとき、不等式

$$1 - (p_1 + p_2 + \dots + p_n) < (1 - p_1)(1 - p_2) \cdots (1 - p_n)$$

を数学的帰納法を用いて証明せよ。

(以 上)