〔 I 〕 次の問いに答えよ。

(1) $f(x) = e^x - \dfrac{x^3}{6}$ について，次の $\boxed{}$ をうめよ。

$$f'(x) = \boxed{\quad ① \quad},$$
$$f''(x) = \boxed{\quad ② \quad},$$
$$f'''(x) = \boxed{\quad ③ \quad}$$ である。

ただし，$f''(x)$，$f'''(x)$ はそれぞれ $f(x)$ の第 2 次導関数，第 3 次導関数を表す。

(2) $x \geqq 0$ の範囲で $e^x > \dfrac{x^3}{6}$ が成り立つことを示せ。

(3) a を正の定数とする。x についての方程式

$$\frac{e^x}{x^2} = a$$

の $x > 0$ を満たす解の個数を求めよ。

〔Ⅱ〕 2つの複素数 $w = x + yi$，$z = s + ti$ (x，y，s，t は実数) は

$$w = iz^2 + z - \frac{17}{4}i$$

という関係を満たしている。ただし，i は虚数単位とする。

このとき，次の問いに答えよ。

(1) x，y を s，t を用いて表せ。

(2) z が $s = 1$ を満たしながら変わるとき，複素数平面上で w の表す点が動いてできる曲線を図示せよ。

(3) z の表す点が実軸上を動くときに，複素数平面上で w の表す点が動いてできる曲線と(2)で求めた曲線とが囲む領域の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 赤球3個，白球3個の6個の球が，3つの袋A，B，Cに2球ずつ入っている。同時に各袋から1球を取り出して，袋Aから取り出した球を袋Bに，袋Bから取り出した球を袋Cに，袋Cから取り出した球を袋Aに入れる試行を T とする。

3つの袋すべてに赤，白各1球が入っている事象を E_1,
2つの袋だけに赤，白各1球が入っている事象を E_2,
1つの袋だけに赤，白各1球が入っている事象を E_3,
赤，白各1球が入っている袋がないという事象を E_4

とする。

このとき，次の $\boxed{}$ を数値でうめよ。ただし，分数は既約分数で表せ。

(1) 最初，3つの袋すべてに赤，白各1球が入っているとする。試行 T を1回行うとき，

事象 E_1 が起こる確率は $\boxed{①}$ であり，
事象 E_2，E_4 が起こる確率はどちらも $\boxed{②}$ であり，
事象 E_3 が起こる確率は $\boxed{③}$ である。

(2) 最初，袋Aだけに赤，白各1球が入っているとする。試行 T を1回行うとき，事象 E_1 が起こる確率は $\boxed{④}$ である。

(3) 最初，3つの袋すべてに赤，白各1球が入っているとする。試行 T を2回行うとき，

事象 E_1 が続いて2回起こる確率は $\boxed{⑤}$ である。

最初の試行では，事象 E_3 が起こり，続いて行った2回目の試行では事象 E_1 が起こる。この確率は $\boxed{⑥}$ である。

(4) 最初，3つの袋すべてに赤，白各1球が入っているとして，試行 T を2回行う。その結果，事象 E_1 が起こる確率は $\boxed{⑦}$ である。

(5) 最初，3つの袋すべてに赤，白各1球が入っているとする。試行Tを n 回くり返したとき事象 E_1 が起こる確率を p_n とする（$n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$）。

このとき，p_{n+1} を p_n で表すと

$$p_{n+1} = \boxed{\quad ⑧ \quad}\, p_n + \boxed{\quad ⑨ \quad}$$

となり，p_n は n を用いて，次の式で表される。

$$p_n = -\frac{3}{20}\left(\boxed{\quad ⑩ \quad}\right)^{n-1} + \boxed{\quad ⑪ \quad}$$

〔IV〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) k を正の定数とする。x の2次方程式 $x^2+kx+6=0$ の2つの解の差が1である。このとき，2つの解は $x=\boxed{\ ①\ }$ である。

(2) 2つのベクトル $\vec{a}=(2,\ -3,\ k)$，$\vec{b}=(k,\ -2,\ -3)$ のなす角が 60° となるのは，$k=\boxed{\ ②\ }$ のときである。

(3) $0 \leqq x < 2\pi$ の範囲で，$\tan\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=2+\sqrt{3}$ を満たす角 x は，$x=\boxed{\ ③\ }$ である。

(4) 2曲線 $y=\sqrt{4x-3}$，$y=\dfrac{1}{x}$ と直線 $x=3$ で囲まれる領域の面積は $\boxed{\ ④\ }$ である。

(5) $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ のとき，$A^6=\boxed{\ ⑤\ }$ である。

ただし，A^6 は6個の A の積を表す。

(以　上)