

[I]

(1) 交点の  $x$  座標は,

$$2x - x^2 = ax$$

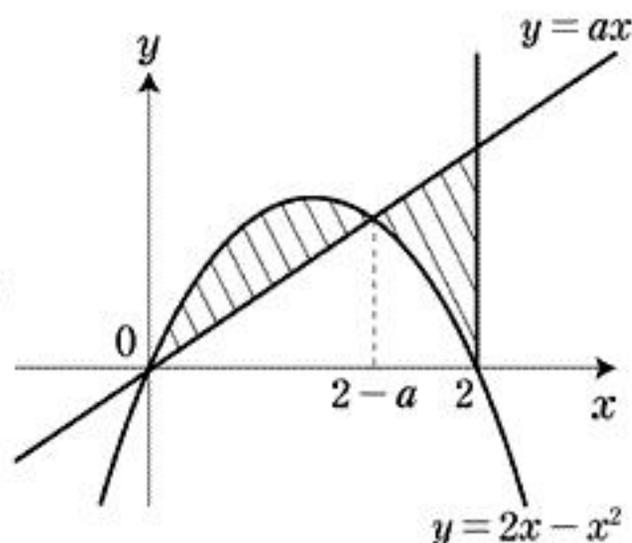
$$x(x + a - 2) = 0$$

より,  $x = 0, 2 - a$  となるから,

$$0 < 2 - a < 2$$

となればよい。

よって,  $0 < a < 2$  … (答)



$$(2) S(a) = \int_0^{2-a} \{(2-a)x - x^2\} dx + \int_{2-a}^2 \{x^2 - (2-a)x\} dx$$

$$= \int_0^{2-a} x(2-a-x) dx + \left[ \frac{1}{3}x^3 - \frac{2-a}{2}x^2 \right]_{2-a}^2$$

$$= \frac{1}{6}(2-a)^3 + \frac{8}{3} - 2(2-a) + \frac{1}{6}(2-a)^3$$

$$= \frac{1}{3}(2-a)^3 - 2(2-a) + \frac{8}{3} \dots (\text{答})$$

(3)  $S'(a) = -(2-a)^2 + 2$  となる

から,  $0 < a < 2$  における  $S(a)$

の増減表は右のようになる。

$a$	0		$2 - \sqrt{2}$		2
$S'(a)$		-	0	+	
$S(a)$		↘		↗	

よって,  $S(a)$  は  $a = 2 - \sqrt{2}$  のとき最小となり,

$$S(2 - \sqrt{2}) = \frac{2\sqrt{2}}{3} - 2\sqrt{2} + \frac{8}{3}$$

$$= \frac{4(2 - \sqrt{2})}{3} \dots (\text{答})$$

[II]

与えられた不等式は、

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin(x + 45^\circ) \leq 0 \quad \dots \textcircled{1} \\ \sin(x - 60^\circ) \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \dots \textcircled{2} \end{array} \right.$$

と変形できる。

$$45^\circ \leq x + 45^\circ < 405^\circ$$

であるから、①より、

$$180^\circ \leq x + 45^\circ \leq 360^\circ$$

$$\therefore 135^\circ \leq x \leq 315^\circ \quad \dots \textcircled{3}$$

また、 $-60^\circ \leq x - 60^\circ < 300^\circ$

であるから、②より、

$$45^\circ \leq x - 60^\circ \leq 135^\circ$$

$$\therefore 105^\circ \leq x \leq 195^\circ \quad \dots \textcircled{4}$$

よって、③、④より、

$$135^\circ \leq x \leq 195^\circ \quad \dots \text{(答)}$$

[ III ]

①  $a^2b^2$

② 18

③ 8

④  $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$

⑤  $a(1-a^{n+1})$

⑥  $b(1-b^{n+1})$