〔I〕

$2^x=t$ とすると，$t^2-at+(a^2+2a-4)=0 \quad (t>0)$

この2次方程式が異なる2つの正の実数解をもてばよい。その条件は，

$$\begin{cases} a^2-4(a^2+2a-4)>0 \\ a>0 \\ a^2+2a-4>0 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} -4<a<\dfrac{4}{3} \\ a>0 \\ a<-1-\sqrt{5},\ -1+\sqrt{5}<a \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow -1+\sqrt{5}<a<\frac{4}{3} \quad \cdots（答）$$

〔Ⅱ〕

$y=x^3-x$

$y'=3x^2-1$

より，曲線上の点 $(t,\ t^3-t)$ における接線の方程式は，

$y=(3t^2-1)(x-t)+t^3-t$

これが点 $(a,\ b)$ を通るとき，$b=(3t^2-1)(a-t)+t^3-t$

$\therefore\ 2t^3-3at^2+a+b=0\quad\cdots$①

点 $(a,\ b)$ から曲線に 3 本の相異なる接線が引ける。

$\Longleftrightarrow$ ①の方程式が t について相異なる 3 つの実数解をもつ。…②

ここで，①の左辺を $f(t)$ とすると，

$f'(t)=6t^2-6at=6t(t-a)$

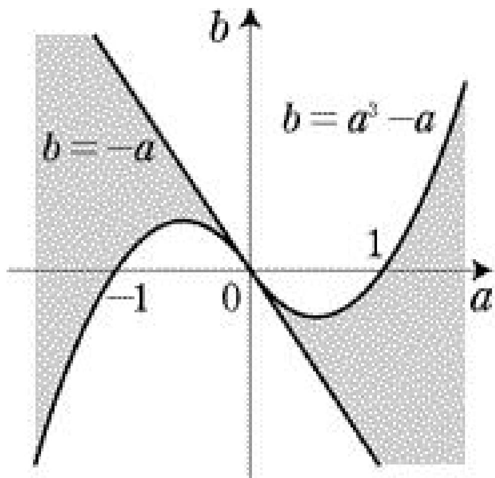
$$\begin{cases} f(0)=a+b \\ f(a)=-a^3+a+b \end{cases}$$

となるから，$f(0)$，$f(a)$ の符号を考えれば，

② $\Longleftrightarrow \begin{cases} a>0 \text{ のとき，} -a<b<a^3-a \\ a<0 \text{ のとき，} a^3-a<b<-a \end{cases}$

これを図示すると右図のようになる。

ただし，境界は含まない。



〔Ⅲ〕

(1) ① $\dfrac{1}{36}$　② $\dfrac{5}{9}$　③ $\dfrac{25}{216}$

(2) ④ $\dfrac{1}{9}$　⑤ $\dfrac{2}{9}$　⑥ $\dfrac{1}{3}$

〔Ⅳ〕

(1) ① a^2b ② ab^2

(2) ③ $\frac{1}{6}a^3b^3$ ④ $\frac{1}{6}a^3b^3$

(3) ⑤ $\frac{2t}{a^3}$ ⑥ $-\frac{1}{2}a^2b$

(4) ⑦ $\sqrt{3}$