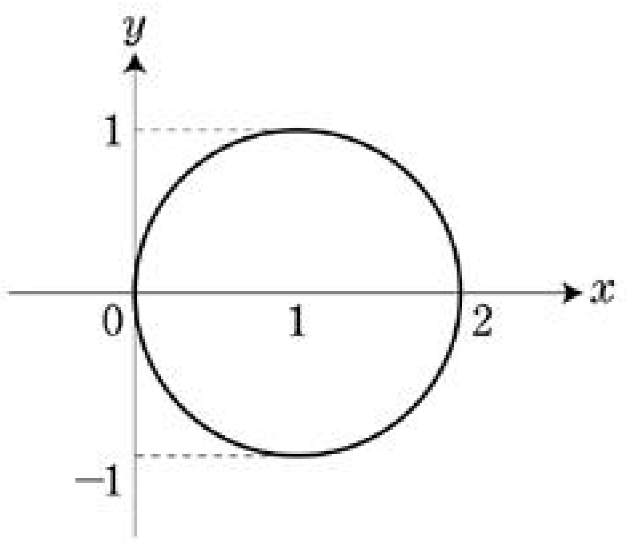
〔 I 〕

(1) $|z-1|=1$



(2) ① 直角 　　　　② 二等辺

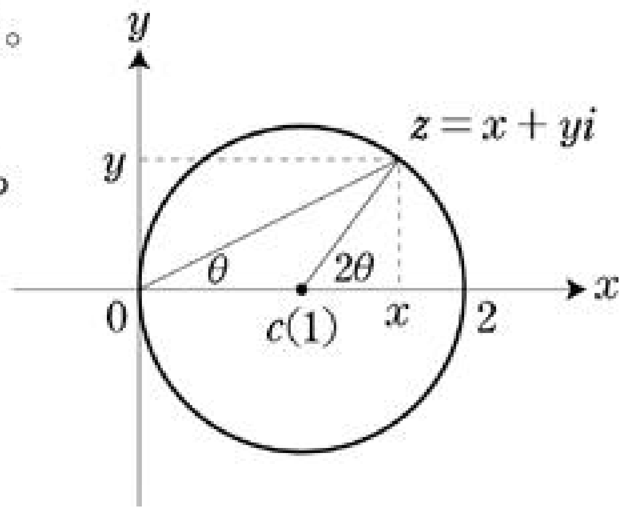
(3) $c(1)$ とすると $\angle xcz=2\theta$ となるので

$z-1=\cos 2\theta+i\sin 2\theta$ とかける。

$\therefore\quad z=1+\cos 2\theta+i\sin 2\theta$

これが $z=x+yi$ と表されるから

$$\begin{cases} x=1+\cos 2\theta \\ y=\sin 2\theta \end{cases} \quad \cdots\cdots \text{（答）}$$



(4) $\bar{z}=1+\cos 2\theta-i\sin 2\theta$

$\dfrac{1}{z-1}=\dfrac{1}{\cos 2\theta+i\sin 2\theta}=\cos 2\theta-i\sin 2\theta$ より

$\left|\dfrac{\bar{z}-z}{2}-1+\dfrac{1}{z-1}\right|=\left|-i\sin 2\theta-1+(\cos 2\theta-i\sin 2\theta)\right|$

$=\left|-1+\cos 2\theta-2i\sin 2\theta\right|$

$=\sqrt{(-1+\cos 2\theta)^2+(-2\sin 2\theta)^2}$

$=\sqrt{1-2\cos 2\theta+\cos^2 2\theta+4\sin^2 2\theta}$

$=\sqrt{1-2\cos 2\theta+\cos^2 2\theta+4(1-\cos^2 2\theta)}$

$=\sqrt{-3\cos^2 2\theta-2\cos 2\theta+5}$

$=\sqrt{-3\left(\cos 2\theta+\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{16}{3}}$

ここで $0°\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{3}$ だから $0°\leqq 2\theta\leqq\dfrac{2}{3}\pi$

$\therefore\quad -\dfrac{1}{2}\leqq\cos 2\theta\leqq 1$

$f(\cos 2\theta)=-3\left(\cos 2\theta+\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{16}{3}$ とおくと

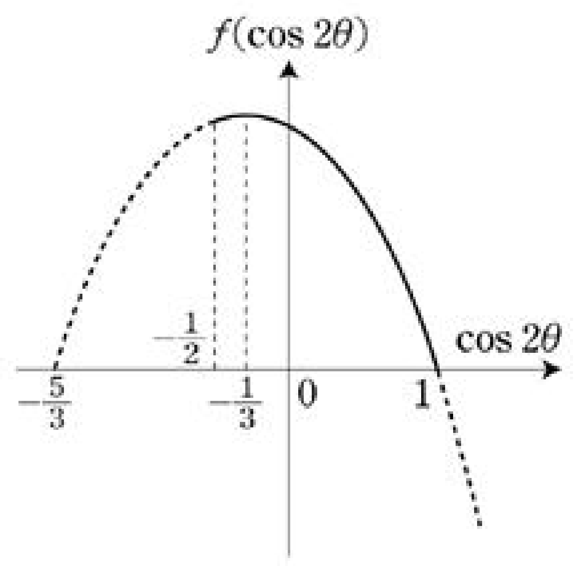
$f(\cos 2\theta)$ が最大のとき与式も最大となる。

グラフより $\cos 2\theta=-\dfrac{1}{3}$ のとき $f(\cos 2\theta)$ は最大となる。

与式の最大値 $=\sqrt{f\left(-\dfrac{1}{3}\right)}$

$=\sqrt{\dfrac{16}{3}}$

$=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$



このとき $x=1+\cos 2\theta=\dfrac{2}{3}$

$0°\leqq 2\theta\leqq\dfrac{2}{3}\pi$ より $\sin 2\theta\geqq 0$

$\therefore\quad y=\sin 2\theta=\sqrt{1-\cos^2 2\theta}=\sqrt{1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore\quad z=x+yi=\dfrac{2}{3}+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}i\quad\cdots\cdots$（答）

〔Ⅱ〕 $f(x)=\int_0^x t(\cos 4t+\cos 2t)\,dt$

(1) $f'(x)=x(\cos 4x+\cos 2x)$ であるから

$f'(x)=0$ より $x(\cos 4x+\cos 2x)=0$

$0<x<\dfrac{\pi}{2}$ より $2\cos 3x\cos x=0$

$\cos x>0$ であるから $\cos 3x=0$

$0<3x<\dfrac{3}{2}\pi$ より

$3x=\dfrac{\pi}{2}$ $\quad\therefore\quad x=\dfrac{\pi}{6}$ …… (答)

(2) $\dfrac{x}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{4}\cos 2x-\dfrac{5}{16}$

(3) $f'(x)=2x\cos 3x\cos x$ より

x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{6}$	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	極大かつ最大	↘	$-\frac{1}{2}$

$f(x)$ は $x=\dfrac{\pi}{6}$ のとき最大となる。最大値は

$f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{2\sqrt{3}\pi-7}{32}$, $\quad f(0)=0$, $\quad f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$

以上より $\begin{cases} f(x)\text{ の最大値は } \dfrac{2\sqrt{3}\pi-7}{32} \\ f(x)\text{ の最小値は } -\dfrac{1}{2} \end{cases}$ …… (答)

〔Ⅲ〕

① $1-\left(\frac{4}{5}\right)^n$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{1}{5}$

⑥ $-\frac{1}{5}P_{n-1}+\frac{2}{5}$

⑦ $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)^n$

〔Ⅳ〕

① $-\dfrac{1}{2}$

② $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\dfrac{\pi}{4}$

④ -2

⑤ $2\sqrt{e}-\dfrac{e+3}{2}$

⑥ -2

⑦ $k<-3$