

## 2004 年度 入学 試験 問題

# 数 学

### 注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 1～2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔 I 〕 放物線  $y = 2x - x^2$  と直線  $y = ax$  の交点の 1 つが  $x > 0, y > 0$  の範囲にあるとき、次の問いに答えよ。

(1)  $a$  の値の範囲を求めよ。

(2)  $a$  が (1) の範囲にあるとき、 $0 \leq x \leq 2$  の範囲で  $y = 2x - x^2$  と  $y = ax$  および  $x = 2$  で囲まれた 2 つの部分の面積の和  $S(a)$  を求めよ。

(3)  $a$  が (1) の範囲を動くとき、 $S(a)$  の最小値とそのときの  $a$  の値を求めよ。

〔 II 〕  $0^\circ \leq x < 360^\circ$  のとき、次の 2 つの不等式を同時に満たす  $x$  の範囲を求めよ。

$$\sin x + \cos x \leq 0$$

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x \geq \sqrt{2}$$

〔Ⅲ〕  $p, q$  を 0 以上の整数とする。単項式  $a^p b^q$  を次のように並べる。

$$1, a, b, a^2, ab, b^2, a^3, a^2b, ab^2, b^3, a^4, \dots$$

ただし、 $a^0 b^0 = 1$ 、 $a^p b^0 = a^p$ 、 $a^0 b^q = b^q$  とする。このとき、次の  をうめよ。

- (1) 13 番目の項は  ① であり、 $a^3 b^2$  は  ② 番目の項である。
- (2)  $p+q=7$  であるとき、 $a^p b^q$  という形の項は全部で  ③ 個ある。
- (3)  $b^n$  は、 ④ 番目の項である。
- (4)  $S = 1 + (a+b) + (a^2+ab+b^2) + \dots + (a^n+a^{n-1}b+\dots+ab^{n-1}+b^n)$  とする。

$a, b$  が 1 でないとき

$$(a-b)S = \frac{\text{⑤}}{1-a} - \frac{\text{⑥}}{1-b}$$

である。

(以 上)