

2004 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 1～2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔 I 〕 不等式

$$\log_2(x-2) - \log_{\frac{1}{2}}(2x+3) < 2\log_2 x$$

を満たす x の値の範囲を求めよ。

〔 II 〕 a, b は実数とする。2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が解をもち、そのすべてが $0 \leq x \leq 1$ の範囲にあるとする。

- (1) a, b が満たす関係式を求め、それを満たす点 (a, b) の存在範囲を図示せよ。
- (2) ab 平面上で点 $Q(0, \frac{5}{2})$ をとり、点 $P(a, b)$ は(1)の範囲を動くものとする。
このとき、線分 PQ の長さの最小値を求めよ。

〔Ⅲ〕 数列 $\{a_n\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) は, $a_1=1$ であり, a_n が定まったときに, サイコロを投げ, 1, 2, 3, 4 のどれかの目が出たときは $a_{n+1}=2a_n$ と定め, 5 か 6 の目が出たときは, $a_{n+1}=a_n+1$ であると定める. このとき, 次の をうめよ.

- (1) $\{a_n\}$ の最初の 4 項が 1, 2, 4, 5 である確率は ① である。
- (2) $\{a_n\}$ の第 4 項 a_4 が偶数である確率は ② である。
- (3) $\{a_n\}$ の第 4 項 a_4 が $a_4 \leq 6$ である確率は ③ である。
- (4) $\{a_n\}$ の第 n 項までの和が $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{n-1}$ である確率は ④ である。
- (5) $\{a_n\}$ の第 4 項までの和の期待値は ⑤ である。

(以 上)