

2004年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は90分です。
5. 問題は1～3ページ目にあり4問で、余白は計算用紙です。

総合情報学部入学試験問題

関西大学入学試験課

〔Ⅰ〕 a は実数の定数とする。 x についての方程式

$$2^{2x} - a \cdot 2^x + (a^2 + 2a - 4) = 0$$

が異なる 2 つの実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

〔Ⅱ〕 xy 平面上の点 (a, b) から曲線 $y = x^3 - x$ に 3 本の相異なる接線が引けるための条件を求め、その条件を満たす (a, b) のある範囲を図示せよ。

〔Ⅲ〕 サイコロを3回投げて出た目の数を順に a, b, c とする。

次の を既約分数でうめよ。ただし、既約分数とは分母と分子が共通因数をもたないように約分された形の分数のことである。

(1) $a = b = c$ となる確率は ① である。

$(a - b)(b - c)(c - a) \neq 0$ となる確率は ② である。

$a + b + c = 12$ となる確率は ③ である。

(2) $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ (ただし、 i は虚数単位) とするとき：

$w^a = w^b = w^c$ となる確率は ④ である。

$w^a + w^b + w^c = 0$ となる確率は ⑤ である。

$w^{a+b+c} = 1$ となる確率は ⑥ である。

[IV] a, b を正の定数として、放物線 $C_1: y = \frac{x^2}{a^3}$ と横向き放物線 $C_2: x = \frac{y^2}{b^3}$ を考える。次の をうめよ。

(1) C_1 と C_2 の交点は $O(0, 0)$ と $P(\text{①}, \text{②})$ である。

(2) 直線 OP と C_1 で囲まれた領域の面積は ③ である。

直線 OP と C_2 で囲まれた領域の面積は ④ である。

(3) C_1 上の点 $Q\left(t, \frac{t^2}{a^3}\right)$ における C_1 の接線を L_t とすれば、 L_t の方程式は

$$y - \frac{t^2}{a^3} = \text{⑤} (x - t)$$

である。

L_t と C_2 の共有点が1個となるのは、 $t = 0$ または $t = \text{⑥}$ のときである。

(4) 直線 OP と L_t の交点を R とする。

$t = \text{⑥}$ かつ $\angle PRQ = 60^\circ$ となるのは $\frac{b}{a} = \text{⑦}$ のときである。

(以上)