

2004 年度 入学 試験 問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 1～4 ページ目にあり 4 問で、余白は計算用紙です。

工学部入学試験問題

◆O61-(004-014)

関西大学入学試験課

〔 I 〕 複素数 z は $|z-1|=1$ を満たすとする。

(1) $|z-1|=1$ を満たす点 z 全体を複素数平面上に図示せよ。

(2) 次の をうめよ。

複素数平面上において、3点 $0, 2, z$ で作られる三角形は ① 三角形であり、3点 $0, 1, z$ で作られる三角形は ② 三角形である。

(3) z の偏角を θ とする。 $z = x + yi$ と表すとき、 z の実部 x 、虚部 y をそれぞれ 2θ を用いて表せ。ただし、 i は虚数単位である。

(4) z の偏角 θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ を満たしながら動くとき、

$\left| \frac{\bar{z}-z}{2} - 1 + \frac{1}{z-1} \right|$ の最大値とそのときの z を求めよ。ただし、 \bar{z} は z の共役複素数である。

[II] $f(x) = \int_0^x t(\cos 4t + \cos 2t) dt$

を考える。

(1) $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。 $f'(x) = 0$ $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ を満たす x の値を求めよ。

(2) 次の をうめよ。

$f(x)$ を求めると $f(x) = \frac{x}{4} \sin 4x + \frac{1}{16} \cos 4x +$ である。

(3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

〔Ⅲ〕 1から5までの数字が書かれたカードが各1枚ずつ合計5枚ある。これらのカードをよくきって、その中から1枚を取り出し、そのカードに書かれている数字を記録した後に、そのカードを元に戻すという操作をくり返す。記録された数字の列について、次の をうめよ。

(1) 最初の n 個の数字の積が3の倍数になる確率は ① である。

(2) 最初の n 個の数字の和を3で割った余りを X_n とする。 $X_n = 0$ のとき、 $X_{n+1} = 0$ となる確率は ② であり、 $X_n = 1$ のとき、 $X_{n+1} = 0$ となる確率は ③ であり、 $X_n = 2$ のとき、 $X_{n+1} = 0$ となる確率は ④ である。

(3) 最初の n 個の数字の和を3で割った余りが0になる確率を P_n とする。

$P_1 =$ ⑤ であり、 $n \geq 2$ のとき、 P_n を P_{n-1} を用いて表すと

$P_n =$ ⑥ である。したがって P_n を n を用いて表すと

$P_n =$ ⑦ である。

[IV] 次の をうめよ。

(1) ベクトル \vec{a} と \vec{b} のなす角は $\frac{\pi}{3}$ で $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ を満たすとする。 k が実数全体を動くとき $\vec{c} = k\vec{a} + \vec{b}$ の大きさ $|\vec{c}|$ は $k =$ ① のとき、最小値 ② をとる。

(2) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ とする。 $\frac{\sin\left(x + \frac{3}{2}\pi\right)}{\sin x} + \frac{\sin x}{\sin\left(x + \frac{3}{2}\pi\right)}$ は $x =$ ③ のとき、最大値 ④ をとる。

(3) $\int_1^e \left| \log x - \frac{1}{2} \right| dx$ の値は ⑤ である。

(4) x が実数全体を動くとき、 $\log_2(x^2 + 2x + 5)$ の最大値は ⑥ である。

(5) 2次方程式 $x^2 + 2x + k = 0$ が1より大きい解と小さい解を持つとき、 k の値の範囲は ⑦ である。

(以 上)