

[I]	(1)	①	32	②	16
	(2)	③	32	④	48
	(3)	⑤	$n \cdot 2^{n-1}$	⑥	2^n

[II]

(1) 2 次方程式 $x^2 = x \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta - \frac{7}{16}$ は相異なる

2 実解をもつので、

$$x^2 - (\sin \theta)x + \left(\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{7}{16}\right) = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

の判別式 $D = \sin^2 \theta - 4\left(\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{7}{16}\right) > 0$ となる.

$$\begin{aligned} D &= 1 - \cos^2 \theta - 2 \cos \theta - \frac{7}{4} \\ &= -\cos^2 \theta - 2 \cos \theta - \frac{3}{4} \\ &= -\left(\cos \theta + \frac{1}{2}\right)\left(\cos \theta + \frac{3}{2}\right) \end{aligned}$$

なので、

$$D > 0 \Leftrightarrow \left(\cos \theta + \frac{1}{2}\right)\left(\cos \theta + \frac{3}{2}\right) < 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{2} < \cos \theta < -\frac{1}{2}$$

よって、 $-1 \leq \cos \theta < -\frac{1}{2}$ となり、これを満たす

$\theta (0^\circ \leq \theta < 360^\circ)$ の範囲は、 $120^\circ < \theta < 240^\circ$

(2) 2 交点の x 座標を α , β ($\alpha < \beta$) とすると、

求める面積は、 $\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$ である.

ここで、 α , β は①の解なので、解と係数の関係より、

$$\alpha + \beta = \sin \theta, \quad \alpha\beta = \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{7}{16} \quad \text{となる.}$$

これらを用いて、

$$\begin{aligned} (\beta - \alpha)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= \sin^2 \theta - 4\left(\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{7}{16}\right) \\ &= -\cos^2 \theta - 2 \cos \theta - \frac{3}{4} \\ &= -(\cos \theta + 1)^2 + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

面積 $\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$ は、 $(\beta - \alpha)^3$ が最大るとき最大値をとるが、

$-1 \leq \cos \theta < -\frac{1}{2}$ より、それは、 $\cos \theta = -1$, つまり $\theta = 180^\circ$

のときである. このとき、 $(\beta - \alpha)^2 = \frac{1}{4}$ なので、面積は、

$$\frac{1}{6} \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{48}}}$$

[III]

(1)① -1 , ② -2 , ③ 3 , ④ 6 または、 ① 3 , ② 6 , ③ -1 , ④ -2

(2)

$(a,b)=(-1,-2)$ のとき, $f(0)=2$, $f(-1)=4$ より, 公比は $\frac{4}{2}=\underline{2}$

$(a,b)=(3,6)$ のとき, $f(0)=2$, $f(3)=8$ より, 公比は $\frac{8}{2}=4$