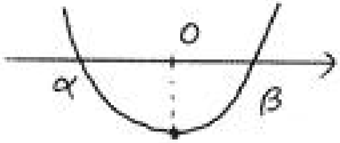
[I]

(1) $f(x)=x^2+(1-2k)x+k^2-2k$ とすると



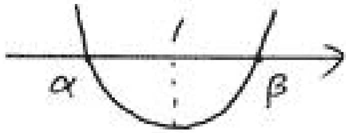
$f(0)<0$ が条件。

$f(0)<0 \iff k^2-2k<0$

$\iff k(k-2)<0$

よって $\underline{0<k<2}$ …(答)

(2) 同様に考えて



$f(1)<0$

$\iff 1+(1-2k)+k^2-2k<0$

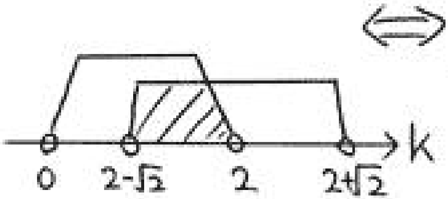
$\iff k^2-4k+2<0$

$\iff \{k-(2+\sqrt{2})\}\{k-(2-\sqrt{2})\}<0$

よって $\underline{0<k<2+\sqrt{2}}$ …(答)

(3) $\begin{cases} f(0)<0 \\ f(1)<0 \end{cases} \iff \begin{cases} 0<k<2 \\ 2-\sqrt{2}<k<2+\sqrt{2} \end{cases}$ ($\because$ (1),(2))

$\iff \underline{2-\sqrt{2}<k<2}$ …(答)



[II]

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ とすると $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

条件を代入して.

$$\begin{cases} f'(-1)=0 \\ f'(3)=0 \\ f'(0)=6 \\ f(0)=-5 \end{cases} \iff \begin{cases} 3a-2b+c=0 \\ 27a+6b+c=0 \\ c=6 \\ d=-5 \end{cases} \iff \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=2 \\ c=6 \\ d=-5 \end{cases}$$

(1) 上の計算結果から.

$$\underline{f'(x)=-2x^2+4x+6} \quad \cdots (答)$$

(2) 上の計算結果から.

$$\underline{f(x)=-\frac{2}{3}x^3+2x^2+6x-5} \quad \cdots (答)$$

また. $f'(x)=0$ なる x は.

$$f'(x)=-2(x^2-2x-3)=0$$

$$\iff (x+1)(x-3)=0 \quad より$$

$$x=-1,\ 3$$

よって増減表は以下のとおり.

x		-1		3	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

これより. $\begin{cases} 極大値:f(3)=13 \\ 極小値:f(-1)=-\frac{25}{3} \end{cases}$ $\cdots$(答)

[Ⅲ]

① $\dfrac{5}{7}$ …(答)

② $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ …(答)

③ $6\sqrt{6}$ …(答)

④ $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ …(答)

⑤ $\dfrac{r-r_1}{r+r_1}$ …(答)

⑥ $2\sqrt{42}$ …(答)