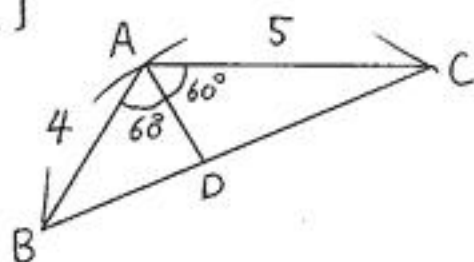


[I]

(1) ADは $\angle BAC$ の二等分線だから

$$BD:DC = 4:5$$

これより、

$$\begin{cases} \triangle ABD = \frac{4}{9} \triangle ABC \\ \triangle ADC = \frac{5}{9} \triangle ABC \end{cases}$$

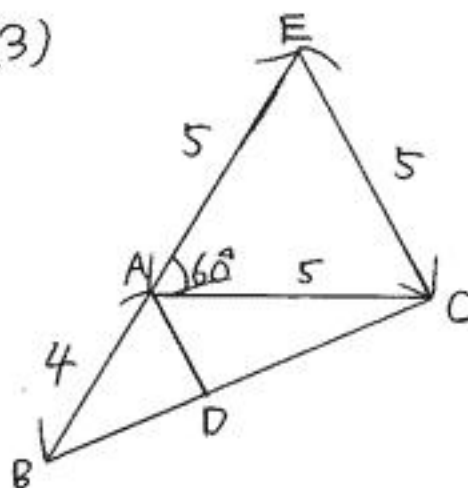
$$\triangle ADC = \frac{5}{9} \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{\triangle ADC}{\triangle ABD} = \frac{5}{4} \dots (\frac{1}{2})$$

(2) (1) より

$$\frac{CD}{BD} = \frac{5}{4} \dots (\frac{1}{2})$$

(3)



Cを通り、ADに平行な直線とABを延長した直線の交点をEとする。この時 $\triangle ACE$ は正三角形になるので、 $AE = 5$

また、 $\triangle BDA \sim \triangle BCE$ だから、 $AD = x$ とすると

$$DA:CE = BA:BE$$

$$x:5 = 4:9$$

$$\therefore x = \frac{20}{9}$$

$$\text{よって } AD = \frac{20}{9} \dots (\frac{1}{2})$$

[II]

(1) $y = x^2$ かつ

$$y' = 2x.$$

P における接線は

$$y - p^2 = 2p(x - p)$$

$$\Leftrightarrow y = 2px - p^2 \dots \textcircled{1}$$

Q における接線は

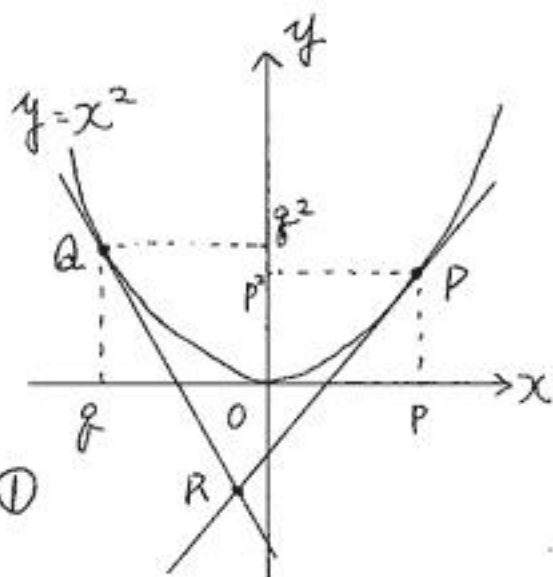
$$y - q^2 = 2q(x - q) \Leftrightarrow y = 2qx - q^2 \dots \textcircled{2}$$

①と②を連立して $2x(p - q) = p^2 - q^2$

$$(p \neq q \text{ かつ}) \quad x = \frac{p+q}{2} \dots \textcircled{3}$$

③を①に代入して $y = pq$

よって交点 R の座標は $\left(\frac{p+q}{2}, pq \right)$
 $\dots (\text{答})$



(2) 2接線を(1)のようにおくと、2接線が直交する
 こと。

$$(2p) \cdot (2q) = -1 \Leftrightarrow pq = -\frac{1}{4} \quad \therefore y = -\frac{1}{4}$$

$$x = \frac{p+q}{2} = \frac{1}{2} \left(p - \frac{1}{4p} \right)$$

$p - \frac{1}{4p}$ は任意の値をとるので、求める軌跡 C

は、直線 $y = -\frac{1}{4}$ $\dots (\text{答})$

[III]

$$\textcircled{1} \underline{R - |\alpha|} \dots (\cancel{\frac{k}{2}})$$

$$\textcircled{2} \underline{R + |\alpha|} \dots (\cancel{\frac{k}{2}})$$

$$\textcircled{3} \underline{\alpha} \dots (\cancel{\frac{k}{2}})$$

$$\textcircled{4} \underline{R^2 - |\alpha|^2} \dots (\cancel{\frac{k}{2}})$$

$$\textcircled{5} \underline{-(R^2 - |\alpha|^2)} \dots (\cancel{\frac{k}{2}})$$

$$\textcircled{6} \frac{\alpha}{|\alpha|^2 - R^2} \dots (\cancel{\frac{k}{2}})$$

$$\textcircled{7} \underline{\frac{R}{R^2 - |\alpha|^2}} \dots (\cancel{\frac{k}{2}})$$

$$\textcircled{8} \frac{\bar{\alpha}}{|\alpha|^2 - R^2} \dots (\cancel{\frac{k}{2}})$$

$$\textcircled{9} \frac{R}{R^2 - |\alpha|^2} \dots (\cancel{\frac{k}{2}})$$

【IV】 ① $\frac{1}{32}$... ($\frac{1}{2}$)

② $\frac{5}{16}$... ($\frac{1}{2}$)

③ $\frac{1}{16}$... ($\frac{1}{2}$)

④ n ... ($\frac{1}{2}$)

⑤ $\frac{n-1}{2}$... ($\frac{1}{2}$)

⑥ $\frac{n}{2}$... ($\frac{1}{2}$)

⑦ 10 ... ($\frac{1}{2}$)

⑧ 27 ... ($\frac{1}{2}$)

⑨ 17 ... ($\frac{1}{2}$)

⑩ 315 ... ($\frac{1}{2}$)