

[11]

$$(1) F(x) = (x-a)\sin x \quad (0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi)$$

| $x$    | 0 | $a$                       | $\pi$             | $\frac{3}{2}\pi$ |
|--------|---|---------------------------|-------------------|------------------|
| $F(x)$ | 0 | -                         | 0                 | -                |
| $F(x)$ | 0 | $\searrow \sin a$<br>$-a$ | $\nearrow \pi-2a$ | $-a-1$           |

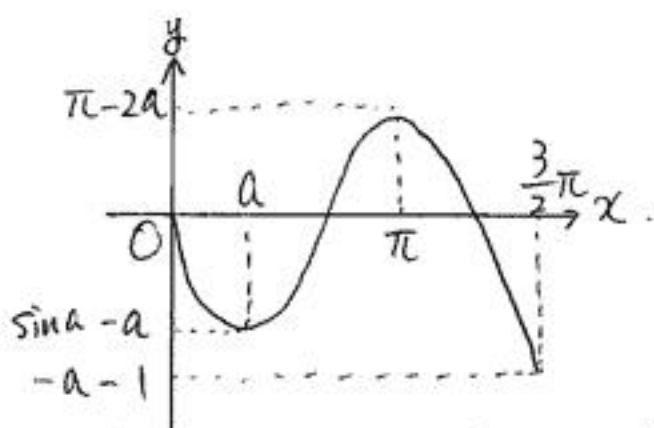
$$\begin{aligned}
 F(x) &= \int_0^x (t-a)\sin t \, dt \\
 &= \int_0^x t \sin t \, dt - a \int_0^x \sin t \, dt \\
 &= [-t \cos t]_0^x - \int_0^x (-\cos t) \, dt \\
 &\quad - a [-\cos t]_0^x \\
 &= -x \cos x + \sin x + a \cos x - a
 \end{aligned}$$

8.7  $y = F(x)$  のグラフの概形は.

$$0 < \pi - 2a \quad (\because 0 < a < \frac{\pi}{2})$$

$$-a-1 < \sin a - a \quad (\because 0 < \sin a < 1)$$

8.7)



∴ 最大値  $\pi - 2a$  ( $x = \pi$ )

最小値  $-a - 1$  ( $x = \frac{3}{2}\pi$ )

(2) (1) 8.7)

$$\begin{aligned}
 l &= (\pi - 2a)(-a - 1) \\
 &= 2a^2 - (\pi - 2)a - \pi \\
 &= 2\left(a - \frac{\pi - 2}{4}\right)^2 - \frac{(\pi + 2)^2}{8}
 \end{aligned}$$

$$0 < a < \frac{\pi}{2} \quad 8.7)$$

$l$  の最小値をとる  $a$  は  $a = \frac{\pi - 2}{4}$  のとき.

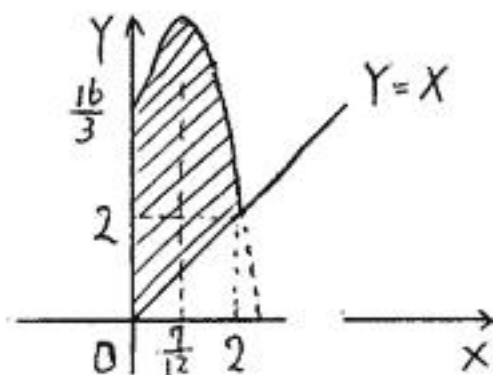
[II]

$$(1) (7) \quad ① \frac{X+Y}{\sqrt{2}} \quad ② \frac{-X+Y}{\sqrt{2}}$$

$$(4) \quad ③ -2 \quad ④ \frac{7}{3}$$

$$⑤ \frac{16}{3}$$

(2) (1)より, 求める面積は反時計  
まわりに  $\frac{\pi}{4}$  回転した  $XY$  座標の,  
曲線  $Y = -2X^2 + \frac{7}{3}X + \frac{16}{3}$  と  
直線  $Y = X$  と  $Y$  軸 によって囲  
まれた部分の面積である.



よって

$$\begin{aligned} & \int_0^2 \left( -2X^2 + \frac{7}{3}X + \frac{16}{3} \right) dX - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \\ &= \left[ -\frac{2}{3}X^3 + \frac{7}{6}X^2 + \frac{16}{3}X \right]_0^2 - 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

[III]

(1) ①  $\frac{1}{3}$

(2) ②  $\frac{37}{42}$

(3) ③  $\frac{11}{21}$

(4) ④  $\frac{5}{28}$

(5) ⑤  $\frac{11}{42}$

## [IV]

【解答】 ① $x < -1$  ②2 ③-3 ④ $\frac{4}{9}$  ⑤ $-\frac{1}{32}$  ⑥ $\frac{\sqrt{3}}{32}$  ⑦-3 ⑧10

【解説】

(1)  $2^x = X (X > 0)$  とおく.

$$8X^2 - 2X - 1 < 0$$

より  $0 < X < 1/2$

$$2^x < 2^{-1}$$

ゆえに  $x < -1$

(2)  $\vec{b} = \left( \frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}} \right)$  より

$$\left( \frac{7}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}} \right) = p \left( \frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}} \right) + q \left( \frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}} \right)$$

を満たす  $p, q$  は

$$p = 2, q = -3$$

(3)  $y^2 = \frac{1}{2}(-3x^2 - 2x) \geq 0$  より

$$x(3x+2) \leq 0$$

$$\therefore -\frac{2}{3} \leq x \leq 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

よって

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= x^2 + \frac{1}{2}(-3x^2 - 2x) = -\frac{1}{2}x^2 - x \\ &= -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

①の範囲での最大値はグラフ (略) より

$$x = -\frac{2}{3} \text{ のとき } \frac{4}{9}$$

$$\begin{aligned} (4) \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos(-30^\circ) + i \sin(-30^\circ)) \right\}^8 &= \frac{1}{16} (\cos(-240^\circ) + i \sin(-240^\circ)) \\ &= -\frac{1}{32} + \frac{\sqrt{3}}{32} i \end{aligned}$$

$$(5) \frac{1}{a-9} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ b & y \end{pmatrix}$$

$$a=10 \text{ より, } x=-3, y=10$$