

2005 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 1 ～ 2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 各項が正の数である数列 $\{a_n\}$ が次の漸化式を満たしている。

$$\begin{cases} a_1 = 6, a_2 = 1 \\ a_{n+2} \cdot a_n = \frac{n+1}{n}(a_{n+1})^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ とおく。 b_n を n を用いて表せ。
- (2) $a_n > a_{n+1}$ を満たす n の最大値を求めよ。また、数列 $\{a_n\}$ で a_n が最小となる n をすべて求め、そのときの a_n の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 x についての方程式 $(2a+1)x^3 + 2ax^2 + (a-a^2)x = 0$ の相異なる実数の解が、ちょうど2つだけあるような a の値と、そのときの x の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 ショーウィンドーに飾られた絵を、通行人が立ち止まって鑑賞している。観察の結果、以下の(ア)～(ウ)のことがわかった。

(ア) 最初の1人が立ち止まった後は、1分ごとに1人の通行人がショーウィンドーの前に立ち止まる。

(イ) 立ち止まった人は、立ち止まってから2分後、3分後、4分後のいずれかで必ずショーウィンドーの前を離れる。

(ウ) 立ち止まった人が2分後に離れる確率は $\frac{1}{3}$ 、3分後に離れる確率は $\frac{1}{4}$ 、4分後に離れる確率は p である。

このとき、次の をうめよ。

(1) $p =$ ① である。

10時0分ちょうどに最初の1人が立ち止まった。

(2) 10時2分の直後から10時3分の直前までの間に、

ちょうど2人が絵を鑑賞している確率は ② である。

ちょうど3人が絵を鑑賞している確率は ③ である。

(3) 10時3分の直後から10時4分の直前までの間に、ちょうど3人が絵を鑑賞している確率は ④ である。

(4) 11時0分の直後から11時1分の直前までの間に、ちょうど3人が絵を鑑賞している確率は ⑤ である。

(以 上)