

[I]

$$(1) \textcircled{1} \frac{1}{2}(1-x-y)$$

$$(2) \sqrt{y} \geq x^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(1-x-y) \geq x^2$$

$$\Leftrightarrow y \leq -2x^2 - x + 1 = -2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8} \dots \textcircled{A}$$

問題文より $x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1 \dots \textcircled{B}$

①から②より、

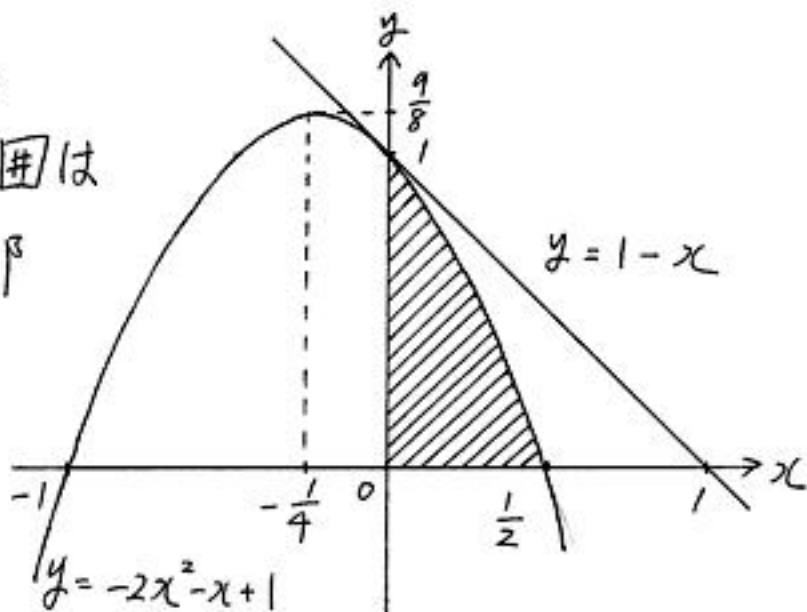
点Pの存在範囲は

右図の斜線部

のようになる。

ただし境界は

すべて含む。



(3) 求めるべき面積を A とおくと

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{\frac{1}{2}} (-2x^2 - x + 1) dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x \right]_0^{\frac{1}{2}} \\ &= -\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{7}{24}}} \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

[II]

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$

② $\frac{1}{a+\sqrt{3}}$

③ $\frac{a}{a+\sqrt{3}}$

④ 60

⑤ $\frac{\sqrt{3(a^2+1)}}{3(a+\sqrt{3})}$

⑥ $\sqrt{3}$

⑦ $\frac{\sqrt{3}}{12}$

[Ⅲ]

$$\frac{1}{1-x} < a \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$a < 0 \quad \text{より} \quad 1-x < 0$$

よって

$$x > 1 \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{2}$$

① の両辺に $1-x$ をかけると

$$1 > a(1-x)$$

両辺に $\frac{1}{a}$ をかけて

$$\frac{1}{a} < 1-x \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{3}$$

よって②③より

$$1 < x < 1 - \frac{1}{a} \quad (\text{答})$$