

I

$$(1) \quad \begin{cases} a_{n+2} = 2a_{n+1} + n + 1 \dots\dots ① \\ a_{n+1} = 2a_n + n \dots\dots ② \end{cases}$$

①-②より,

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) + 1$$

よって,

$$\underline{\underline{b_{n+1} = 2b_n + 1}} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(2) (1)の結果から,

$$b_{n+1} + 1 = 2(b_n + 1)$$

また, $b_1 + 1 = a_2 - a_1 + 1 = a_1 + 2 = 3$ より,

$$b_n + 1 = 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$\underline{\underline{b_n = 3 \cdot 2^{n-1} - 1}} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(3) (2)で求めた b_n は a_n の階差数列であるから,
 $n \geq 2$ において,

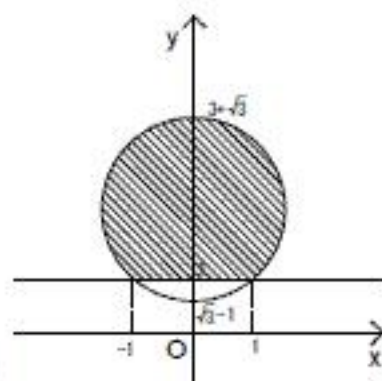
$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \\ &= 1 + \frac{3(2^{n-1} - 1)}{2 - 1} - (n - 1) \\ &= 1 + 3 \cdot 2^{n-1} - 3 - n + 1 \\ &= 3 \cdot 2^{n-1} - n - 1 \end{aligned}$$

これは, $n = 1$ でも成立.

$$\text{よって,} \quad \underline{\underline{a_n = 3 \cdot 2^{n-1} - n - 1}} \quad \dots\dots(\text{答})$$

II

(1)



図の斜線部, 境界含む.

(2)

円の中心を A, 直線 $y = 1$ と円との交点を x 座標の小さい順に P, Q とすれば,
角 $PAO = QAO = \frac{\pi}{6}$ であるので,

$$\begin{aligned}\triangle PQA &= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin \frac{\pi}{3} \\ &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

であり, また扇形 PQA の面積を L とすれば,

$$\begin{aligned}L &= \pi \times 2 \times 2 \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{2}{3}\pi\end{aligned}$$

よって求める面積 S は,

$$\begin{aligned}S &= \pi \times 2 \times 2 - L + \triangle PQA \\ &= 4\pi - \frac{2}{3}\pi + \sqrt{3} \\ &= \frac{10}{3}\pi + \sqrt{3}\end{aligned}$$

(答) $\frac{10}{3}\pi + \sqrt{3}$

III

①	$\cos 2\theta + \sqrt{3} \sin 2\theta$
②	2
③	6
④	$\frac{\pi}{6}$
⑤	2
⑥	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
⑦	$\frac{1}{2}$