

2008 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線より切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 1 ～ 2 ページ目にあり 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 漸化式

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められる数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおく。 b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (2) (1) の b_n について、初項 b_1 と一般項 b_n を求めよ。 b_n は n の式で表せ。
- (3) 一般項 a_n を n の式で表せ。

〔Ⅱ〕 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + (y - \sqrt{3} - 1)^2 \leq 4 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。

- (1) 領域 D を図示せよ。
- (2) D の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

実数 x, y が $x^2 + y^2 = 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ を満たすとき,

$$F = x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2$$

の最大値を求める。そのために, $x = \cos \theta$, $y = \sin \theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) とおけば,

F は $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ を用いて,

$$F = \text{①}$$

と表される。さらに三角関数の合成により,

$$F = \text{②} \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{\text{③}}\right)$$

と変形すれば, $\theta = \text{④}$ のとき, F は 最大値 ⑤ をとることがわ

かる。さらに, このとき x, y は $x = \text{⑥}$, $y = \text{⑦}$ である。

(以 上)