

2010 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 1 ～ 2 ページ目にあり大問 3 問で、余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 b, c を実数とし、2 次方程式 $x^2 + bx + c = 0$ の解を α, β とする。次の

をうめよ。

(1) $\alpha = \cos \theta, \beta = \sin \theta$ となる $0 \leq \theta < 2\pi$ が存在すれば、 b と c は等式

① を満たす。

(2) $\alpha = 3 \cos \theta, \beta = \sin \theta$ となる $0 \leq \theta < 2\pi$ が存在するという条件のもと

で、 b のとりうる最大の値は ② であり、このとき $\alpha =$ ③ ,

$\beta =$ ④ である。また、同じ条件のもとで c のとりうる最大の値は

⑤ であり、このとき $\theta =$ ⑥ , ⑦ である。ただし、

⑥ $<$ ⑦ とする。

〔Ⅱ〕 p を $0 \leq p < 1$ を満たす定数とし、 x の関数 $f(x)$ を次のように定める。

$$f(x) = |x + 1| + |x - 1| + |x - p|$$

以下の問いに答えよ。

(1) $p = \frac{1}{2}$ として、 $y = f(x)$ のグラフの概形を解答欄 ① にかかけ。

(2) x 軸、 $x = -1$ 、 $x = 1$ と $y = f(x)$ とで囲まれてできる図形の面積を S とする。 S を p を用いて表せ。

(3) S を最小にする p の値と、そのときの S の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 座標平面上に $(3, 2)$ を中心とし、半径 1 の円 O_1 がある。円 O_1 に外接し、

かつ x 軸に接する円 O の円周上のすべての点が $x \geq 0, y \geq 0$ を満たす領域にあるとする。また、円 O の中心の座標を (p, q) とする。次の問いに答えよ。

- (1) q を p で表せ。
- (2) x 軸, y 軸に接し、円 O_1 に外接する円の半径を求めよ。
- (3) p のとりうる値の範囲を求めよ。
- (4) q のとりうる値の範囲を求めよ。

(以 上)