

2013 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。
6. 解答用紙は両面になっています。

〔Ⅰ〕 a は正の定数とする。放物線 $C: y = x^2 + 1$ と C 上の x 座標が a である点における接線 l について考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 接線 l が y 軸と交わる点の y 座標を y_a とする。 $y_a < 0$ が成り立つとき、定数 a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) a が (1) を満たすとき、放物線 C 、接線 l 、 x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積を S_1 とし、接線 l 、 x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とする。このとき、 $S_1 : S_2 = 2 : 1$ となるような a の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 自然数 n に対して、数列 $\{a_n\}$ は、初項 $a_1 = \frac{1}{100}$ で

$$a_{n+1} = na_n + n^2 - 2 \quad (n \geq 1)$$

を満たしている。この a_n に対し、 p, q を定数とし、

$$b_n = a_n + pn + q \quad (n \geq 1)$$

とおく。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $n \geq 1$ に対して、 $b_{n+1} = nb_n$ が成り立つような定数 p, q を求めよ。

(2) $n \geq 2$ に対して、一般項 a_n を求めよ。

必要ならば、 n の階乗 $n! (= n(n-1)(n-2)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1)$ を用いてもよい。

(3) a_n が整数となる最小の n を求めよ。

〔Ⅲ〕 次の をうめよ。

O を原点とする xy 平面上に円 $C: x^2 + y^2 = 50$ がある。点 $P(4, 3)$ を通り、直線 OP に垂直な直線が、円 C と交わる点を A, B とする。ただし、 A の x 座標の方が B の x 座標より大きい。このとき、直線 AB の傾きは ① であるので、直線 AB の方程式は

$$y = \text{ ② }$$

となる。したがって、点 A の座標は ③ であり、点 B の座標は ④ である。

円 C 上に点 D をとる。 $\triangle ABD$ の面積が 50 であるとき、点 D の x 座標は、 ⑤ または ⑥ である。

〔Ⅳ〕 数直線上を動く点 A があり、最初は原点にある。点 A は、硬貨を投げて表が出たら +1 だけ移動し、裏が出たら -1 だけ移動する。

次の をうめよ。

- (1) 硬貨を 2 回投げた結果、点 A が原点にある確率は ① である。
- (2) 硬貨を 4 回投げた結果、点 A が原点にある確率は ② である。
- (3) 硬貨を 6 回投げた結果、点 A の座標が 1 以上となっている確率は ③ である。
- (4) 硬貨を 6 回投げる。そのとき、「2 回目を投げた結果、点 A が原点にある」かつ「6 回目を投げた結果、点 A が原点にある」確率は ④ である。
- (5) 硬貨を 6 回投げる。そのとき、「2 回目を投げた結果、点 A が原点にある」または「6 回目を投げた結果、点 A が原点にある」確率は ⑤ である。

(以 上)