

2013 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 次の をうめよ。

(1) 円 $x^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ の共有点は 2 つあり、その x 座標はそれぞれ ① と ② である。ただし、 ① < ② とする。

(2) a を実数とすると、円 $x^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = -\frac{1}{2}x + a$ が共有点をもつような a の値の範囲は ③ である。

(3) 点 P が円 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動くとき、点 P と直線 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ との距離が最小となる点 P の座標は (④ , ⑤) であり、そのときの距離は $\frac{\text{⑥}}{5}$ である。

〔Ⅱ〕 数列 $\{a_n\}$ が次のように定められている。

$$a_1 = s, \quad a_2 = t, \quad a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ここで、 $s \neq 0$ とする。次の をうめよ。

- (1) $b_n = a_{n+1} - 2a_n$ とおくと、すべての自然数 n について

$$b_{n+1} = \text{①} \cdot b_n$$

が成り立つ。よって、一般項 b_n を s と t を用いて表すと ② である。

- (2) $s = 3, t = 6$ のとき、一般項 a_n は ③ である。

- (3) 数列 $\{a_n\}$ が等比数列であるとき、 t は s を用いて $t = \text{④}$ と表される。

- (4) $s = 3, t = 8$ とする。(1) で定めた数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n は ⑤ である。

$b_n = a_{n+1} - 2a_n$ であるので、 $c_n = \frac{a_n}{2^{n-1}}$ とおくと、一般項 c_n は ⑥ である。したがって、一般項 a_n は ⑦ である。

〔Ⅲ〕 $\triangle ABC$ において、各辺の長さが $AB = x + 1$, $BC = 3x - 3$, $CA = 6$ であるとする。次の問いに答えよ。

(1) x のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $\cos A = -\frac{1}{3}$ のとき、 x の値を求めよ。このとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(以 上)