2013年度入学試験問題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は60分です。

5．問題は3ページで大問3問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 $\mathrm{AB} = \mathrm{CA} = 5$，$\mathrm{BC} = \sqrt{10}$ である二等辺三角形ABCがある。$\overrightarrow{\mathrm{CA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{CB}} = \vec{b}$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(2) 辺ABの中点をMとする。また，s を $0 < s < 1$ を満たす実数とし，辺CAを $s : (1-s)$ に内分する点をDとする。$\overrightarrow{\mathrm{MD}}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$ および s を用いて表せ。

(3) M，Dを(2)で定めた点とする。$\overrightarrow{\mathrm{MD}} \perp \overrightarrow{\mathrm{CA}}$ となるとき，s の値を求めよ。

〔II〕 関数 $f(x) = \log_4(x+2) + \log_2(1-x)$ を考える。次の $\boxed{\quad}$ をうめよ。

(1) $f(x)$ の定義域は $\boxed{\ ①\ }$ である。

(2) $f(x) = \log_4 g(x)$ となる多項式 $g(x)$ を求めると，$g(x) = \boxed{\ ②\ }$ である。
定義域を実数全体とする関数 $y = g(x)$ は，$x = \boxed{\ ③\ }$ のとき極大値 $\boxed{\ ④\ }$ をとり，$x = \boxed{\ ⑤\ }$ のとき極小値 $\boxed{\ ⑥\ }$ をとる。

(3) 関数 $f(x)$ の最大値は $\boxed{\ ⑦\ }$ である。

〔Ⅲ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

放物線 C：$y=-\frac{1}{2}x^2+3x$ と直線 l：$y=-x+6$ の２つの共有点のうち，x 座標が小さい方をＰ，大きい方をＱとする。点Ｐの座標は $\boxed{①}$ ，点Ｑの座標は $\boxed{②}$ である。また，C と l とで囲まれる部分の面積を S とすると，$S=\boxed{③}$ である。点Ｒを３点Ｐ，Ｑ，ＲがＰＲ＝ＱＲとなる二等辺三角形の頂点をなすようにとる。このとき，Ｒは l に垂直な直線 $y=\boxed{④}$ 上にある。点Ｒが不等式 $y\leqq -x+6$ の表す領域内にあり，△ＰＱＲの面積が S に一致するとき，Ｒの x 座標は $\boxed{⑤}$ である。

（以　上）