

2014 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 次の をうめよ。

放物線 $y = f(x)$ が点 $(1, 2)$ を通り、この点における接線の傾きが 0、点 $(3, f(3))$ における接線の傾きが 4 となるとき、 $f(x) =$ ① である。この放物線 $y = f(x)$ を x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動した放物線を $y = g(x)$ とする。放物線 $y = g(x)$ も点 $(1, 2)$ を通り、点 $(4, g(4))$ における接線の傾きが 2 となるのは、 $p =$ ② 、 $q =$ ③ のときで、 $g(x) =$ ④ となる。

放物線 $y =$ ④ が x 軸と交わる 2 点の x 座標は、 ⑤ である。不等式

$$y \leq \text{①} \text{ } \text{ } , \quad y \leq \text{④} \text{ } \text{ } , \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

の表す領域の面積は $1 +$ ⑥ $\sqrt{2}$ である。

〔Ⅱ〕 1 辺の長さが $2a$ の正方形 ABCD の紙がある。辺 AB, BC の中点をそれぞれ E, F とする。線分 DE, EF, FD を折り目にして、頂点 A, B, C を重ねて 1 つの頂点 P にし、四面体 PDEF をつくる。この四面体の体積 V を以下のように考えて求める。次の をうめよ。

EF の中点を G とすると、 $BG = \text{①}$ だから、DG の長さは $\frac{\text{②}}{2}$ である。よって

$$\triangle DEF \text{ の面積} = \frac{1}{2} \cdot EF \cdot DG = \frac{\text{③}}{2}$$

である。

$\triangle PGD$ において、 $PG = \text{④}$, $PD = \text{⑤}$ だから、P から底面 $\triangle DEF$ へ下した垂線と $\triangle DEF$ との交点を H とすると、 $PH = \text{⑥}$ であることがわかる。よって四面体の体積 V は ⑦ である。

〔Ⅲ〕 次の漸化式によって定義される数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 0, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \cos(a_n \pi) - \frac{1}{2} \sin(a_n \pi) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

(1) a_2, a_3, a_4 を求め、 a_n ($n \geq 2$) を推測せよ。

(2) $S_n = \sum_{k=1}^n (a_k)^{2k}$ ($n \geq 2$) を n を用いて表せ。

(以 上)