

2015 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 次の問いに答えよ。

(1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $x = \sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta$ がとりうる範囲を求めよ。

(2) $x = \sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) において, $x^2 - 4x + 3 > 0$ となる
きの θ の範囲を求めよ。

〔Ⅱ〕 1 辺の長さが 6 の正三角形に内接する円を C_1 とする。次の をうめよ。

(1) 円 C_1 に内接する正三角形を考え、その正三角形に内接する円を C_2 とする。

さらに、円 C_2 に内接する正三角形を考え、その正三角形に内接する円を C_3

とする。 C_1 と C_2 の面積をそれぞれ S_1 , S_2 と表す。このとき、 $S_1 =$ ① ,

$S_2 =$ ② である。

(2) (1) の操作を繰り返し、円 C_4 , C_5 , $\dots$, C_n を定める。 C_n の半径を r_n とす

るとき、 r_n を r_{n-1} を用いて表すと、 $r_n =$ ③ となる。

(3) $n = 3, 4, \dots$ について、円 C_n の面積を S_n と表す。 $S_1, S_2, \dots, S_n$ は

公比 ④ の等比数列であることがわかるから、

$$S_1 + S_2 + \dots + S_n = \text{ ⑤}$$

となる。

〔Ⅲ〕 O を中心とする半径 1 の円 C 上に 2 点 P, Q を, $|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{3}$ を満たすようにとる。 $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{q}$ とおく。次の をうめよ。

$\vec{p}$ と $\vec{q}$ のなす角は ① $^{\circ}$ だから, $\vec{p} \cdot \vec{q} =$ ② となる。 C 上に点 R を, 適当な実数 a に対して, $\overrightarrow{OR} = a\vec{p} - \frac{2}{\sqrt{3}}\vec{q}$ を満たすようにとる。 $|\overrightarrow{OR}| = 1$ より, $a =$ ③ となる。よって,

$$PR = \sqrt{2}, \quad QR = \frac{\sqrt{\text{④}} + \sqrt{2}}{2}$$

である。また, $\triangle PQR$ の面積は ⑤ となる。

(以上)