

2015 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(HB)〈シャープペンシルは、HB 0.5 mm以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し、切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 60 分です。
5. 問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔 I 〕 x の方程式

$$\log_4 x - 3 \log_{x^2} 2 = 1 \quad \cdots \cdots (1)$$

を考える。次の をうめよ。

(1)において、底および真数に関する条件より、 x のとりうる値の範囲は

① である。

$Y = \log_2 x$ とおく。それぞれ Y を用いて表すと、

$$\log_4 x = \text{②} \text{ }, \quad \log_{x^2} 2 = \text{③} \text{ }$$

となる。すると、(1)は

$$\text{②} \text{ } - 3 \text{ ③ } \text{ } = 1$$

となる。これを整理すると Y の 2 次方程式

$$\text{④} \text{ } = 0$$

がえられる。これを解くと、2つの解 $Y = \text{⑤} \text{ }, \text{ ⑥ } \text{ }$ をえる。た

だし、 $\text{⑤} \text{ } > \text{⑥} \text{ }$ とする。最後に、 x の値を求めると、

$$x = \text{⑦} \text{ }, \text{ ⑧ } \text{ }$$

となる。ただし、 $\text{⑦} \text{ } > \text{⑧} \text{ }$ とする。

〔Ⅱ〕 放物線 $C: y = (x - \alpha)(x - \beta)$ を考える。 $\beta > \alpha$ のとき、次の問いに答えよ。

(1) C の頂点の座標を求めよ。

(2) $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ と x 軸で囲まれた図形の面積が $\frac{32}{3}$ となるとき、 $\beta - \alpha$ の値を求めよ。

(3) (2) のとき、 C の頂点および C と x 軸との 2 つの交点からなる三角形の面積を求めよ。

〔Ⅲ〕 n を整数として

$$a_n = 3^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-3}$$

とおく。次の をうめよ。

$$36a_n = 2^{\textcircled{1}} \cdot 3^{\textcircled{2}} \text{ であり, } 36a_n \text{ が整数となる } n \text{ の範囲は}$$

$$\textcircled{3} \leq n \leq \textcircled{4}$$

である。この範囲にあるすべての整数 n について $36a_n$ の和をとると、

$$3^{\textcircled{5}} - 2^{\textcircled{5}} \text{ となる。}$$

一般に k を自然数とすると、 $(36)^{k-1}a_n = 2^{\textcircled{6}} \cdot 3^{\textcircled{7}}$ であり、

これが整数となるようなすべての整数 n について $(36)^{k-1}a_n$ の和をとると、

$$3^{\textcircled{8}} - 2^{\textcircled{8}} \text{ である。}$$

(以上)